RÉPUBLIQUE DÉMOCRATIQUE DU CONGO

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE, SECONDAIRE ET TECHNIQUE

Secrétariat Général

Direction des Programmes Scolaires

et Matériel Didactique

Programme Éducatif

du Domaine d'Apprentissage des Sciences

Classe de 4ème année

des Humanités Scientifiques

Sous-Domaine d'Apprentissage :

Mathématiques

1ère édition

Kinshasa 2021

Conception et réalisation : **Équipe Technique du Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire**

Ce programme a été conçu avec l'appui financier de* « LA BANQUE MONDIALE »*.

PREFACE

La République Démocratique du Congo a entrepris la réforme de son système éducatif, concrétisée par la production des programmes innovés dans le Domaine d'Apprentissage des Sciences (DAS).

Ces programmes sont conçus dans le souci d'amener les apprenants à construire leurs propres connaissances afin d'être utiles à la société après leur cursus scolaire.

Le programme de 4ème année est centré sur la mise en activité des élèves par le traitement des situations qui ont un sens pour eux et qui font appel à des savoirs essentiels pour aboutir au développement des compétences.

Nous ne pouvons à notre niveau que remercier et féliciter cette Équipe d'Experts pour le travail de titan abattu et dont les bénéficiaires récolteront les précieux fruits.

Le Ministre de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Technique

REMERCIEMENTS

Après la rédaction des programmes du Domaine d'Apprentissage des Sciences (DAS) pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTÉB) ainsi que pour les classes des 1ère, 2ème et 3ème années des Humanités Scientifiques, l'Équipe Technique de la Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique a produit le nouveau programme de la 4ème année des Humanités Scientifiques.

C'est ici l'occasion de remercier les institutions et les acteurs qui ont contribué à la réussite de cette réforme, à savoir :

- *le Gouvernement de la République pour sa volonté politique d'initier cette réforme ;*
- *la Banque Mondiale pour son appui financier au '' Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire (PEQPESU)'';*
- *le Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Professionnel pour la partie administrative et de la stratégie de la réforme ;*
- *le Staff dirigeant du Projet PEQPESU :*
    - *Monsieur NLANDU MABULA KINKELA, Directeur-Chef de Service des Programmes Scolaires et Matériel Didactique, Superviseur général de l'Équipe Technique;*
    - *Madame Raïssa MALU, Chef de l'Unité Technique d'Appui (UTA);*
    - *Monsieur IBUTCH KADIHULA Valère, Superviseur second de l'Équipe Technique ;*
    - *Le Professeur Philippe Jonnaert, Titulaire honoraire de la Chaire UNESCO de développement curriculaire à l'Université du Québec à Montréal (Canada), Formateur et Encadreur de l'Équipe Technique ;*
    - *Les Experts de l'Équipe Technique :*
        - *NSIALA MPASI Simon*
        - *NKONGOLO KAHAMBU Victor*
        - *KABAKABA TWA BATWA Longin*
        - *NGOYI KABUNDI Rombaut*
        - *MBUYAMBA KAYOLA Sylvain*
        - *SALA WIKHA Hilarion*
        - *MBUYAMBA TSHIUNZA Roger*
        - *SUMBI MAVITA Zéphyrin*
        - *KATSUNGA MUSA Ford*
        - *KALAMBAYI KABEYA Smoon*
        - *KASONGA KAYEMBE Max*

- *SIOSIO KIERE Patrick*
- *KILUBUKA MUTU Huguette*
- *TSHILANDA A MAHULA Bernard*
- *BANZA KASONGO Pierre*
- *MALIANI KAWAYA Jeff*
- *MIHALO LENGE MWANA Hubert*
- *TSHIMANGA TSHAMALA Jean*
- *MUTI TUMINAR Nestor*
- *PHAKA NGIMBI Jacques*
- *MAMBA KALENGULA Médard*
- *MBUYI MAKENGA Lucie*
- *MUYIKUA DANA Thely*

- *Les institutions et services : Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique, Service National de Formation, Inspections Principales Provinciales des Provinces ciblées,Université Pédagogique Nationale (UPN), de l'ISP/GOMBE et de certaines écoles secondaires de Kinshasa.*

La République leur présente ses sincères remerciements.

SIGLES

CTÉB : Cycle Terminal de l'Éducation de Base
DAS : Domaine d'apprentissage des sciences
DIPROMAD : Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique
DSCRP : Document de la Stratégie de Croissance et Réduction de la Pauvreté
EB : Éducation de Base
EPT : Éducation Pour Tous
EXETAT : Examen d'État
FC : Franc Congolais
HSC : Humanités Scientifiques
MEPST : Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Technique
MM : Matrice de Mathématiques
ODD : Objectif de Développement Durable
OMD : Objectifs du Millénaire pour le Développement
PEQPESU : Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire
RDC : République Démocratique du Congo
RESEN : Rapport d'État du Système Éducatif National
SD : Sous-domaine
SPTIC : Sciences Physiques et Technologie de l'Information et de la communication
SVT : Sciences de la Vie et de la Terre
TIC : Technologie de l'Information et de la Communication
TP : Travaux Pratiques
UNESCO : Organisation des Nations-Unies pour l'Éducation, la Science et la Culture

SYMBOLES ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES

$\geq$: supérieur à (supérieur ou égal à)

$\leq$: inférieur à (inférieur ou égal à)

$<$: strictement inférieur à

$>$: strictement supérieur à

$\equiv$: équivaut à, confondu à, identique à

$\boldsymbol{\epsilon}$: appartient à, appartenant à

$\boldsymbol{\Delta}$: discriminant, réalisant

$\boldsymbol{dy}$: différentielle de y

R : l'ensemble des nombres réels

$\boldsymbol{R}^{*}$ ou $\boldsymbol{R}-\{\boldsymbol{0}\}$: l'ensemble des nombres réels non nuls

N : l'ensemble des nombres naturels

C : l'ensemble des nombres complexes

$\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}}\mathbf{N}$: logarithme de N dans la base a

$\boldsymbol{log}\ \mathbf{N}$: logarithme décimal de N, logarithme de N dans la base 10

$\boldsymbol{ln}$ **a ou** $\boldsymbol{Log\ a}$: logarithme népérien de a, logarithme naturel de a

$\boldsymbol{e}$: un nombre compris entre 2 et 3, base du logarithme népérien

$\mathbf{sin}\,\boldsymbol{\alpha}$: sinus de l'angle α

$\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha}$: cosinus de l'angle α

$\boldsymbol{tg\alpha}$: tangente de l'angle α

$\boldsymbol{shx}$: sinus hyperbolique de x

$\boldsymbol{chx}$: cosinus hyperbolique de x

$\boldsymbol{ch}$: la charnière

$\lim_{\boldsymbol{x}\to\boldsymbol{a}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$: limite de f(x) lorsque x tend vers a

$\int\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{dx}$: intégrale de f(x) dx

$\int_a^b f(x)dx$: intégrale définie de a à b de f(x) dx

Table des matières

PARTIE I : TEXTES INTRODUCTIFS

I. INTRODUCTION

La République Démocratique du Congo s'est résolument engagée dans la voie de la modernisation de son système éducatif et d'une manière particulière, dans la production des programmes éducatifs modernisés du Domaine d'Apprentissage des sciences (DAS) au Cycle Terminal de l'Éduction de Base et des Humanités Scientifiques. L'Éducation de Base constitue le socle commun qui oriente toutes les études ultérieures. Elle poursuit l'Objectif de Développement Durable n°4 (ODD4) selon lequel tous les enfants avec leurs spécificités doivent s'intégrer dans une école ouverte et inclusive.

Au terme de huit années de scolarité obligatoire et gratuite de l'Éducation de Base, conformément à la Loi-cadre n ° 14/004 du 11 février 2014 de l'Enseignement National, les enfants sont capables de s'intégrer dans la vie active de la communauté et disposent des outils et des connaissances pour ce faire ou sont suffisamment formés pour continuer avec succès un cursus scolaire.

Cela suppose aussi une réforme curriculaire structurelle en profondeur qui assure la cohérence entre les différents niveaux d'apprentissage en élaborant un curriculum de manière holistique. L'Éducation de Base devient ainsi le pilier du système éducatif congolais, un socle commun sur lequel les niveaux post Éducation de Base doivent s'appuyer.

Ainsi, depuis septembre 2016, l'Équipe Technique du Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire, sous la direction d'un Consultant International, s'est attelé inlassablement à la rédaction des programmes innovés du Domaine d'Apprentissage des Sciences pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base et pour les Humanités Scientifiques.

Tous les Programmes Éducatifs du Domaine d'Apprentissage des sciences accompagnés de leurs Guides en Appui, tant pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTEB) que pour les Humanités Scientifiques sont rédigés, expérimentés, validés et généralisés dans toutes les écoles de la République.

Les nouveaux Programmes ainsi produits fondent leur enseignement-apprentissage sur une nouvelle approche didactique des mathématiques et des sciences qui fait des élèves des acteurs sociaux autonomes, cultivés et ingénieux, des acteurs compétents dans des situations variées.

Les savoirs scientifiques procurent une certaine autonomie, une certaine capacité de communiquer, une certaine maîtrise face à des situations concrètes.

Les mathématiques et les sciences apprises aux humanités sont utiles à chacun pour gérer sa vie quotidienne, pour accéder à un emploi et l'exercer ou pour aborder des études supérieures, sans oublier la formation qu'il lui faudra de plus en plus poursuivre au cours de la vie adulte. Elles fournissent aux apprenants un exemple d'expression concise, exempte d'ambiguïté, susceptible de leur apprendre à penser logiquement, à être précis, à avoir une compréhension spatiale.

Du point de vue de leur structure, tous les programmes éducatifs du Domaine d'Apprentissage des Sciences comportent les mêmes éléments :

- **une introduction** qui situe le cadre général de la réforme de ces programmes du DAS aux humanités scientifiques;
- **un profil d'entrée** qui détermine les préalables que doit réunir l'élève avant d'entamer la classe concernée;
- **un profil de sortie** qui définit les compétences que l'élève a développées à l'issue de ses apprentissages scolaire ;
- **des compétences de vie courante** que l' élève doit développer lors des apprentissages en vue de leur utilisation dans la vie pratique;
- **une liste de savoirs essentiels** que l'enseignant opérationnalise afin d'aider l'élève à construire, dans de bonnes conditions, les connaissances au cours d'un apprentissage scientifique solide. Cette liste de savoirs essentiels, conçue selon les standards internationaux, tient compte du volume horaire prescrit par le régime pédagogique ;
- **une banque de situations** qui organise en grandes catégories, les familles de situations illustrées de façon synthétique par des exemples de situations. Une banque de situations permet à l'enseignant de trouver les éléments nécessaires à la contextualisation des contenus des apprentissages scolaires dans des situations concrètes ;
- **des matrices** qui sont des cadres bien structurés pour le traitement compétent des situations. Elles comportent des éléments ci-après :
  - un code et un titre;
  - un ou plusieurs savoirs essentiels;

- une compétence : chaque activité est reliée à une compétence que l'élève devra développer ; l'élève construit des connaissances et développe des compétences à travers ses actions en situation;
- un exemple de situation : chaque compétence est suivie d'un exemple de situation dans laquelle l'élève devra être actif pour développer progressivement la compétence à travers le traitement qu'il effectue de la situation;
- un tableau de spécification décrivant le traitement que l'élève doit réaliser de la situation présentée;
  Deux dimensions sont prises en compte : les actions de l'élève et les contenus sur lesquels portent ces actions.
- une évaluation : des exemples d'items sont proposés aux élèves pour vérifier la maîtrise de nouveaux savoirs essentiels leur proposés. En outre, il est suggéré le traitement d'une situation similaire pour vérifier l'acquisition de la compétence par le traitement des situations de la même famille.

II. APPROCHE PAR LES SITUATIONS

2.1 La construction d'une compétence par les élèves

D'une manière générale, un élève, comme toute personne, *construit ses compétences en traitant des situations*.

Par exemple, ce matin, chacun a été confronté à la situation de devoir arriver à temps à l'école. Il a fallu partir à temps du domicile, utiliser le moyen de transport approprié en fonction de la distance à parcourir, choisir un itinéraire en fonction de différents paramètres : le trafic, l'état de la route, la pluie à certaines périodes … Finalement, c'est parce qu'il a traité efficacement cette situation que tel élève est arrivé à temps à l'école. Et c'est parce qu'il a bien géré cette situation qu'il peut être déclaré compétent face à ce type de situations.

Pour que les élèves développent réellement des compétences en sciences, le programme leur propose de nombreuses situations à traiter. Ces situations sont présentées dans une *banque de situations* qui les organise en grandes catégories, les familles de situations. Pour chacune de ces familles de situations, des exemples sont proposés. Dès lors, les compétences nommées dans le programme sont élaborées en fonction des situations à traiter.

C’est en ce sens, que l’approche développée dans le programme est centrée sur des situations pour que l’élève développe des compétences : c’est une *approche par les situations comme moyen pour s’assurer du développement de compétences par les élèves*.

2.2 Les savoirs essentiels

Pour développer des compétences, l’élève doit s’appuyer sur différentes *ressources*. Une ressource est un moyen qu’il utilise pour traiter une situation.

Par exemple, afin de partir de la maison pour arriver à temps à l’école, l’élève doit pouvoir lire l’heure. « Lire l’heure » est une ressource qu’il utilise pour traiter cette situation.

Dans un contexte scolaire, les situations suggérées doivent permettre aux élèves d’utiliser des ressources qui relèvent des savoirs essentiels des disciplines.

Par exemple pour traiter une situation en athématiques, l’élève doit utiliser des savoirs essentiels qui relèvent des disciplines des Mathématiques. Dès lors, en s’appuyant sur les standards internationaux qui décrivent ce que l’élève doit apprendre, des listes de savoirs essentiels sont établies.

2.3 Les activités des élèves

Pour traiter les situations qui sont suggérées dans le programme, l’élève doit être actif, il agit en posant une *action sur un savoir essentiel*. Toutes les actions que l’élève peut poser en classe sur des savoirs essentiels, sont décrites dans des tableaux de spécification.

Grâce aux situations, aux actions et aux savoirs essentiels, l'élève est actif ; il agit concrètement en classe. C'est parce qu'il agit sur les savoirs essentiels et traite efficacement des situations, qu'il construit des connaissances et développe des compétences.

2.4 L'évaluation

L'évaluation des apprentissages porte sur deux dimensions : la vérification de la maitrise des savoirs essentiels et la vérification de la compétence de l'élève :

- Exemples d'items. Quelques exemples d'items sont proposés pour permettre à l'enseignant de vérifier dans quelle mesure l'élève maitrise bien les savoirs essentiels décrits dans l'activité.
- *Traitement de la situation similaire.* Des activités sont également proposées pour vérifier dans quelle mesure l'élève se montre capable de traiter la situation ou une autre situation proche de celle qui a été proposée dans l'activité.

III. POLITIQUE EDUCATIVE EN RD CONGO

3.1 Fondements

Par Politique Éducative, il faut comprendre un certain nombre de choix fondamentaux qui guident l'éducation, par la détermination des finalités, des buts et des objectifs généraux de l'enseignement au niveau du pouvoir politique. Cette détermination de la politique éducative constitue l'ensemble des problèmes primordiaux de tout système éducatif. Ces problèmes sont liés à la fonction sociale de l'école et relèvent d'une philosophie de l'éducation et d'une conception de la culture. Ainsi, une politique éducative est fortement ancrée dans les valeurs qui caractérisent une nation. Dans ce contexte, la République Démocratique du Congo s'est dotée, depuis le 17 septembre 2015, d'une politique éducative inscrite dans « La lettre de politique éducative ». Cette dernière est inspirée de la Loi Cadre de l'Enseignement National (2014), du Document de la Stratégie de Croissance et de Réduction de la Pauvreté II (DSCRP II), de la déclaration de Dakar sur l'EPT (Dakar 2000) et les cibles pour l'atteinte de l'ODD4 (INCHEON, 2015), des Objectifs du Millénaire pour le Développement (OMD). Un regard a également été porté sur les éléments de diagnostic du Rapport d'État du Système Éducatif National (RESEN 2014) et des stratégies sous-sectorielles de l'enseignement primaire, secondaire, technique et professionnel, de l'enseignement supérieur et universitaire ainsi que celle de l'éducation non formelle. Il est à noter que la Loi Cadre elle-même a tenu compte de beaucoup d'autres instruments juridiques internationaux dûment ratifiés par la République Démocratique du Congo entre autres :

- La Déclaration Universelle des Droits de l'Homme ;
- La Déclaration des Droits de l'Homme et des Peuples ;
- L'Acte constitutif de l'UNESCO ;
- La Convention relative aux Droits de l'Enfant ;
- La Déclaration mondiale sur l'Éducation pour Tous ;
- La Charte Africaine des Droits de l'Homme et des Peuples ;
- La Charte Panafricaine de la Jeunesse ;
- L'Accord de Florence ;
- La Constitution de la République Démocratique du Congo en ses articles 12, 14, 37, 43, 44, 45, 46, 123, 202, 203, et 204 ;
- La Loi portant protection de l'enfant ainsi que des recommandations des états généraux de l'éducation tenus à Kinshasa en février 1996.

Ces différents instruments juridiques constituent le socle des orientations fondamentales de l'Enseignement National.

La politique éducative tient également compte de l'évolution des systèmes de l'enseignement supérieur et universitaire, tel qu'exprimé par l'accord de Florence (1950) et son protocole annexe de Nairobi (1976) relative à l'importance d'objets de caractère éducatif, scientifique ou culturel.

En plus, les programmes éducatifs de Mathématiques et des Sciences prennent en considération la promotion du genre et de l'inclusion sociale.

3.2 L'offre de formation

3.2.1 Éducation non formelle

Toute personne ayant atteint 18 ans d'âge sans avoir accédé à l'enseignement primaire bénéficie d'une formation sous forme d'éducation non formelle :

- L'alphabétisation des adultes ;
- L'enseignement spécialisé aux enfants vivant avec handicap ou déscolarisés ;
- Le centre de rattrapage scolaire ;
- Le recyclage des formateurs ;
- La formation permanente continue.

3.2.2 L'Enseignement formel

La durée d'une année scolaire (dans l'enseignement primaire, secondaire et professionnel) est de 222 jours au maximum et 180 jours au minimum qui représentent 900 heures de présence à l'école. Une séquence didactique dure cinquante minutes au tronc commun comme au cycle long.

3.2.2.1 L'Enseignement secondaire

La mission de l'Enseignement secondaire consiste à transférer chez l'élève des connaissances générales et spécifiques afin de lui permettre d'appréhender les éléments du patrimoine national et international.

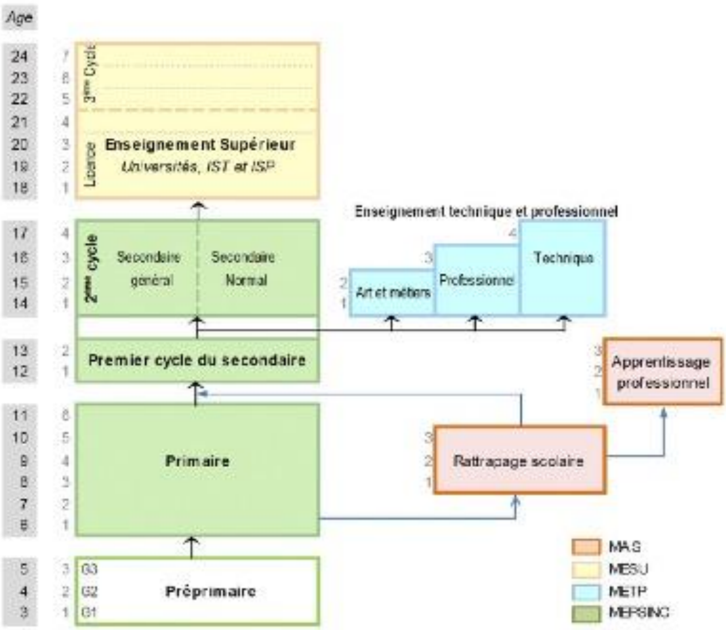
3.2.2.2 La mission de l'enseignement secondaire

- Développer chez les élèves l'esprit critique, la créativité et la curiosité intellectuelle
- Préparer l'élève soit à l'exercice d'un métier ou d'une profession, soit à la poursuite des études supérieures et/ou universitaires selon ses intérêts et ses aptitudes.

Par ailleurs, il est important de noter que :

1. Le Secondaire général dure deux ans et constitue un tronc commun dispensant des connaissances générales dans plusieurs domaines. Désormais, ce secondaire général constitue le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTÉB).
2. Les humanités générales durent quatre ans (deux ans de cycle moyen et deux ans de cycle supérieur) et organisent plusieurs sections (pédagogique, littéraire, scientifique, etc.) subdivisées en options (pédagogie générale – normale – éducation physique, latin-philosophie et latin-grec, mathématique-physique, chimie-biologie, etc.).
3. Les humanités techniques et professionnelles sont organisées en cycle court d'une durée de trois ans et en cycle long de quatre ans.

Figure 1 : Structure du système d'éducation et de formation



3.3 Le Régime pédagogique

Domaines	**Sous-domaines**	**Disciplines**	**Nbre d'Heures/ semaine** 3ème année des Humanités Scientifiques		**Nbre d'Heures/ semaine** 4ème année des Humanités Scientifiques		**% / volume horaire total**	
Sciences	Mathématiques	Algèbre & Analyse	3	7	3	7	8,33	19,45
		Probabilité	-		1		1,39	
		Géométrie	2		2		5,56	
		Trigonométrie/ Statistique	1		-		1,39	
		Dessin Scientifique	1		1		2,78	
	Sciences de la Vie et de la Terre	Biologie générale	2	6	3	6	6,94	16,67
		Systématique des végétaux supérieurs	1		-		1,39	
		Écologie	2		2		5,56	
		Géologie/Évolution	1		1		2,78	
	Sciences Physiques et TIC	Chimie	3	7	3	7	8,33	19,44
		Physique	3		3		8,33	
		TIC	1		1		2,78	
Totaux pour le domaine des Sciences			**20**		**20**		**55,56**	**55,56**
Langues		Français	5	9	5	9	13,89	25
		Anglais	4		4		11,11	
Univers social et environnement		Éducation civique et morale	1	5	1	6	2,78	15,29
		Géographie	2		2		5,56	
		Histoire	2		2		5,56	
		Philosophie	-		1		1,39	
Arts plastiques		Esthétique	1	1	-	-		1,39
Développement personnel		Éducation Physique	1	1	1	1	2,78	2,78
Totaux pour les domaines autres que les sciences			**16**		**16**		**44,44**	**44,44**
Volume horaire total hebdomadaire			**3**		**3**		**100**	

	6	**6**	

3.4 Les langues dans l'enseignement

a) Le français est la langue d'enseignement.

b) Les langues nationales : le kikongo, le lingala, le swahili et le tshiluba sont utilisées comme médium (véhicule) d'enseignement et d'apprentissage.

c) Les langues étrangères les plus importantes, eu égard à nos relations économiques, politiques et diplomatiques, sont instituées comme disciplines.

3.5 Les Programmes de formation

Selon la Loi-Cadre, la formation au secondaire privilégie la professionnalisation qui conduit à l'exercice d'un emploi. Cette professionnalisation permet d'éviter l'inadéquation entre le programme d'une filière donnée et la pratique du métier.

Des réformes avec des actions prioritaires sont mises en branle pour atteindre le développement du Système éducatif de notre pays. Parmi ces actions prioritaires nous citons :

- le renforcement de la formation initiale à travers la structure des humanités pédagogiques ; cela implique :
    - la définition des référentiels de formation ;
    - la révision des curricula ;
    - la révision du temps des apprentissages scolaires;
- le renforcement de la formation continue des enseignants du primaire et du secondaire ;
- la généralisation de l'utilisation des langues nationales comme médium d'enseignement au 1er cycle du primaire et au premier niveau d'alphabétisation ;

- l'introduction du concept « Éducation de Base ».

3.6 Les résultats

L’Enseignement national vise comme résultats la maitrise et le contrôle de la science et de la technologie comme facteurs essentiels de la puissance économique de la RD Congo en assurant aux élèves une formation intellectuelle leur faisant acquérir des connaissances et développer des compétences utiles à la résolution des problèmes dans leur milieu de vie et dans le monde.

Aussi, à travers l’éducation à la gestion, à la paix et à la citoyenneté, le système cherche à ancrer chez le jeune congolais, les valeurs de civisme et de moralité. La vision du Gouvernement pour le développement du Secteur de l’éducation (résultat attendu de la réforme) est la construction d’un Système Éducatif inclusif et de qualité contribuant efficacement au développement national.

C’est ainsi que le développement du Système Éducatif de la RD Congo s’appuie sur les trois axes stratégiques ci-dessous :

1. La création des conditions d’un système éducatif de qualité ;
2. La promotion d’un Système d’Éducation plus équitable au service de la croissance et de l’emploi ;
3. L’instauration d’une gouvernance transparente et efficace.

Dans le domaine particulier de l’enseignement/apprentissage des sciences, les contenus sont regroupés en trois sous-domaines :

- Dans le sous-domaine des Sciences de la Vie et de la Terre, l’enfant va à la découverte du monde réel ; il prend conscience qu’il appartient à un monde plus vaste qu’il doit comprendre, transformer, respecter, protéger et préserver.

- Dans le sous-domaine des Sciences Physiques et de Technologies de l’Information et de la Communication (SPTIC), l’enfant comprend les lois fondamentales qui régissent notre univers, ce qui lui permet d'agir sur cet univers et de saisir la complexité et la beauté de la démarche scientifique ; en outre, l'enfant comprend la nécessité des objets techniques qui l'entourent, ce qui lui permet de s'en approprier les démarches de conception, d'étude et de fabrication. Grâce aux TIC, l'enfant comprend les profonds changements apportés par l'Informatique dans nos vies et dans le monde de travail ; il utilise les méthodes et les outils de programmation ainsi que les techniques pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne.

- Le sous-domaine des Mathématiques qui constitue un outil pour les autres disciplines scientifiques, permet à l'enfant de structurer sa pensée et de modéliser les phénomènes naturels. Les Mathématiques permettent en outre à l'enfant de développer son imagination, le goût de la recherche, de la découverte et de la résolution des problèmes.

3.7 Les Modalités d'évaluation et sanction des études

Dans le Système éducatif de la RD Congo, il existe trois sortes d'évaluations :

- Évaluation prédictive (test d'intérêt et d'orientation) ;
- Évaluation formative (activités complémentaires, interrogations, examens semestriels) ;
- Évaluation certificative (examens et tests de fin de cycle) ;

A l'enseignement secondaire, la fin des études est évaluée et sanctionnée de la façon ci-après :

- Une évaluation certificative du CTÉB dont les modalités seront fixées par le pouvoir organisateur à la fin de la 8ème année de l'Éducation de Base ;
- Le cycle court de l'enseignement professionnel (évaluation certificative) par des examens, le stage et le jury professionnel et l'obtention d'un diplôme d'aptitude professionnelle ;

- Le cycle long de l'enseignement général, normal et technique par un Examen d'État (évaluation certificative) et aboutit à l'obtention d'un diplôme d'État.

PARTIE II : RÉFÉRENTIELS DU PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Les différents référentiels que sont les profils d'entrée et de sortie, compétences de vie courante, les savoirs essentiels et la banque de situations, orientent l'ensemble du programme. Ils précisent les éléments essentiels à la planification et à l'organisation du travail par l'enseignant.

I. PROFIL D'ENTRÉE EN 4ÈME ANNÉE DES HUMANITÉS SCIENTIFIQUES

Pour aborder les apprentissages des mathématiques au cycle long des humanités scientifiques, l'élève qui entre en 4ème année des humanités scientifiques doit avoir suivi les programmes éducatifs de la classe de 3ème année des humanités scientifiques et avoir réuni les préalables ci-après :

1.1 Conditions administratives d'admission

1) Avoir l'âge compris entre 18 ans et 20 ans
2) Posséder un numéro d'identification nationale.
3) Avoir réussi la classe de 3ème année des humanités scientifiques.
4) Avoir la maîtrise de l'expression orale et écrite du français, langue officielle et d'enseignement, et la connaissance de l'anglais.

1.2 Caractéristiques

L'élève doit faire montre :

1. de l'esprit logique ;
2. de la créativité ;
3. de la curiosité scientifique ;
4. de l'esprit d'initiatives ;
5. de la dextérité manuelle ;
6. du bon usage du matériel et des outils.

1.3 Prérequis

L'élève qui entre en 4ème année des humanités scientifiques doit être en mesure de (d') :

1. Utiliser le raisonnement et le langage mathématiques ;
2. Opérer sur les polynômes dans **R**;
3. Utiliser les suites et séries;
4. Résoudre les inéquations dans **R** ;
5. Résoudre les problèmes liés au dénombrement ;
6. Calculer les logarithmes ;
7. Étudier une fonction numérique à une variable dans **R** ;
8. Résoudre les problèmes liés à la géométrie analytique plane ;
9. Opérer sur les vecteurs et les déterminants ;
10. Résoudre les problèmes liés à la géométrie descriptive ;
11. Résoudre les problèmes liés à la corrélation et à l'ajustement linéaire.

II. PROFIL DE SORTIE DE LA 4ÈME ANNÉE DES HUMANITÉS SCIENTIFIQUES

Au terme de la quatrième année des humanités scientifiques, l'élève sera capable, en mathématiques, de traiter avec succès et de manière socialement acceptable les situations à travers lesquelles il est confronté :

1. aux opérations sur les nombres complexes ;
2. au calcul des logarithmes ;
3. à l'utilisation des développements en série;
4. au calcul différentiel et intégral ;
5. au calcul des probabilités ;
6. à l'étude des coniques ;
7. à la configuration du plan ;
8. à la géométrie analytique de l'espace ;
9. aux problèmes liés à la géométrie descriptive.

III. COMPÉTENCES DE VIE COURANTE

L'enseignant doit s'atteler, dans l'enseignement-apprentissage, au développement des 12 compétences de vie courante chez l'élève. Celles-ci sont regroupées en 4 dimensions d'apprentissage telles que reprises dans le tableau ci-après :

DIMENSION D'APPRENTISSAGE	**CATEGORIES DES COMPETENCES DE VIE**
Dimension cognitive ou « apprendre à connaître »	Compétences pour apprendre : créativité, pensée critique, résolution des problèmes
Dimension instrumentale ou « apprendre à faire »	Compétences pour l'employabilité : coopération, négociation, prise de décision
Dimension personnelle ou « apprendre à être »	Compétences pour la responsabilisation personnelle : autogestion, résilience, communication
Dimension sociale ou « apprendre à vivre ensemble »	Compétence pour une citoyenneté active : respect de la diversité, empathie, participation

IV. SAVOIRS ESSENTIELS

En 4ème année des humanités scientifiques, les savoirs essentiels des mathématiques concernent les disciplines d'algèbre/analyse, de probabilité, de géométrie et de géométrie descriptive.

CATÉGORIES	SOUS-CATÉGORIES	SAVOIRS ESSENTIELS	CODE
ALGÈBRE / ANALYSE			
NOMBRES	Nombres complexes	- Notions - Construction de l'ensemble C	MM6.1
		- Représentations algébriques et trigonométriques des nombres complexes - Opérations sur les nombres complexes	MM6.2
		- Équations dans **C**	MM6.3
LOGARITHMES	Fonctions logarithmiques et exponentielles	- Notions sur les fonctions logarithmiques et exponentielles	MM6.4
		- Dérivées des fonctions logarithmiques et exponentielles	MM6.5
		- Équations logarithmiques et exponentielles	MM6.6
		- Inéquations logarithmiques et exponentielles	MM6.7
		- Problèmes de calculs logarithmique et exponentiel appliqués à la démographie, à l'économie, …	MM6.8
DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE	Développement en série des fonctions usuelles	- Formules de Mac Laurin - Formule de Taylor	MM6.9
DIFFÉRENTIELLE ET INTÉGRALE	Différentielle d'une fonction à une variable	- Notions de différentielle - Interprétation graphique de la différentielle d'une fonction en un point - Calcul différentiel	MM6.10
	Primitives et intégrales	- Primitive d'une fonction	MM6.11
		- Méthodes d'intégration - Intégrale définie	MM6.12

	Applications du calcul intégral	- Calcul des aires - Calcul des volumes de révolution	MM6.13
PROBABILITÉ			
ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES	Calcul des probabilités	- Notions de probabilités - Probabilités conditionnelles, événements indépendants - Notions de variables aléatoires	MM6.14
		- Espérance mathématique, variance et écart-type	MM6.15
		- Loi binomiale	MM6.16
GÉOMÉTRIE			
ÉTUDE DES CONIQUES	Lieux géométriques	- Méthode de traduction - Méthode des génératrices	MM6.17
	Coniques	- Réduction de l'équation générale d'une conique. - Classification des coniques	MM6.18
		- Foyers et directrices associées, excentricité - Centre	MM6.19
		- Pôle et polaire par rapport à une conique	MM6.20
		- Tangentes et normales à une conique	MM6.21
		- Asymptotes	MM6.22
		- Diamètres - Axes de symétrie et sommets	MM6.23
CONFIGURATION DU PLAN	Transformations du plan	- Similitudes planes - Similitudes planes par les nombres complexes	MM6.24
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DE L'ESPACE	Plans et droites de l'espace	- Équations vectorielles des plans dans l'espace - Équations paramétriques des plans dans l'espace - Équations cartésiennes des plans dans l'espace	MM6.25

		- Équations vectorielles des droites dans l'espace - Équations paramétriques des droites dans l'espace - Équations cartésiennes des droites dans l'espace	MM6.26
GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE			
GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE	- Rabattement des figures planes	- Notions sur le rabattement - Méthodes de rabattement	MM6.27
		- Relèvement	MM6.28
	- Rotation des figures planes	- Notions sur la rotation - Rotation d'un point	MM6.29
		- Rotation d'une droite	MM6.30
		- Rotation d'un plan	MM6.31

V. BANQUE DES SITUATIONS

N°	FAMILLE DE SITUATIONS	EXEMPLES DE SITUATIONS
1.	Situations pour lesquelles l'élève est amené à opérer sur les nombres complexes	1.1. Circuit électrique 1.2. Ondes électromagnétiques 1.3. Condensateurs et bobines 1.4. Construction des polygones réguliers (MM6.2) 1.5. Élaboration des plans (architecture) 1.6. Recherche et résolution des équations (MM6.1) (MM6.2) (MM6.3) (MM6.25) (MM6.26) …
2	Situations pour lesquelles l'élève est amené à l'utilisation des logarithmes	2.1 Capitaux à intérêts composés 2.2 Acoustique 2.3 Radioactivité des corps 2.4 Application du calcul numérique et des dérivées (MM6.5) (MM6.6)(MM6.10) 2.5 Annuités 2.6 Épidémiologie (Ébola, choléra, varicelle, Chikungunia, …) (MM6.8) 2.7 Dynamique des populations 2.8 Évolution ou actualisation d'un capital 2.9 Évolution d'une population (MM6.8) (MM6.11) 2.10 Décroissance radioactive 2.11 Taux d'évolution (MM6.8) (MM6.10) (MM6.11) 2.12 Applications du calcul logarithmique (MM6.4) (MM6.7)
3	Situations pour lesquelles l'élève est amené à utiliser les développements en séries.	3.1Valeur approchée d'un nombre (MM6.9) 3.2 Limite des fonctions (MM6.5) 3.3 Erreurs approximatives de calcul d'un nombre 3.4 Application à l'intégrale numérique (MM6.12) 3.5 Histoire des sciences (MM6.9) …

4	Situations pour lesquelles l'élève est confronté à la problématique du calcul différentiel et intégral	4.1Calcul d'aires (MM6.13) 4.2 Calcul de volumes (MM6.13) 4.3 Longueur d'arcs de courbe plane 4.4 Pression d'un liquide, d'un gaz 4.5 Centre d'un solide de révolution 4.6 Espace parcouru par un mobile 4.7 Vitesse d'un mobile 4.8 Accroissement d'une population (MM6.11) 4.9 Oscillations non amorties 4.10 Décharge dans un circuit RC …
5	Situations pour lesquelles l'élève est confronté à la problématique de calcul des probabilités	5.1 Jeux de loterie 5.2 Pile ou face 5.3 Lancement de dés 5.4 Tirage au sort (MM6.14) 5.5 Jeu d'échec 5.6 Jeu de dame 5.7 Expérience de Bernoulli (MM6.16) ….
6	Situations pour lesquelles l'élève est confronté à la problématique de l'étude des coniques	6.1 Formes dans les arts plastiques 6.2 Formes en architecture 6.3 Mécanique céleste 6.4 Cinématique céleste 6.5 Résolution des problèmes de géométrie plane (MM6.17) (MM6.18) (MM6.19) (MM6.20) …
7	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la configuration du plan	7.1 Représentation des figures (MM6.21) (MM6.22) (MM6.23) 7.2 Gestion des espaces (MM6.15) 7.3 Mesure et comparaison des grandeurs 7.4 Construction d'une maison 7.5 Aménagement des terrains 7.6 Fabrication des étagères 7.7 Étude des transformations du plan (MM6.24) ….

8	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la géométrie analytique de l'espace	8.1 Description des trajectoires 8.2 Stabilité d'un système mécanique 8.3 Fabrication des meubles (MM6.21) 8.4 Navigation et cartographie 8.5 Arts et architectures 8.6 Arpentage …
9	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la géométrie descriptive	9.1 Plan architectural 9.2 Construction des édifices 9.3 Résolution des problèmes de géométrie (MM6.27) (MM6.28) (MM6.29) (MM6.30) (MM6.31) …

PARTIE III : MATRICES DU PROGRAMME

MM6.1 : CONSTRUCTION DE L'ENSEMBLE DES NOMBRES COMPLEXES

A. Savoirs essentiels :

-Notions
-Construction de l'ensemble **C**

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions », « Construction de l'ensemble **C** ».

C. Exemple de situation :

Pendant leur leçon de mathématiques, les élèves de 4ème année des HSC de l'Institut 1 BUTA dans le Bas-Uélé ont reçu, parmi les exercices à résoudre en prérequis, l'équation du deuxième degré suivant : $x^2 + 2x + 2 = 0$.

Tous les élèves sont parvenus à conclure que les solutions de cette équation n'existent pas dans **R** parce que le discriminant est un nombre négatif.

L'enseignant leur demande de :

a) Poursuivre la recherche des racines de ces équations en posant, dans le discriminant, $-1 = i^2$;
b) Trouver d'autres équations de ce type ;
c) Dire si ces racines sont des nombres réels. Justifier la réponse.

D. Activités

(1) Notions de nombres complexes

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	le procédé de résolution d'une équation de 2ème degré
Constater	à la résolution, l'inexistence des solutions de l'équation donnée dans **R**

Résoudre	l'équation donnée, en posant -1 = i^2, avec i nombre imaginaire, dans la recherche des racines du discriminant
Dégager	les parties réelle et imaginaire des racines écrites sous la forme $z = a + i\,b$, a et b étant des réels
Conclure	de l'existence d'un nouvel ensemble, noté **C,** des nombres complexes

(2) Calculs et propriétés algébriques des nombres complexes

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de l'opposé, du conjugué et de l'inverse d'un nombre complexe
	la définition et la notation du module d'un nombre complexe z
Calculer	la somme, le produit, le quotient des nombres complexes et la puissance d'un nombre complexe
	le module d'un conjugué, le module du complexe nul, d'un produit, d'une somme, de l'inverse de nombres complexes
Appliquer	les propriétés des opérations dans **C**
	le binôme de Newton à la puissance de $z = a + i\,b$ et aux coefficients binomiaux

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer : a) i^{3003} b) i^{1141} c) $i^{3003}+ i^{1111}$ d) $5i^{3003} - 4i^{1111} + i^{25}$

2) Déterminer l'opposé, l'inverse, le conjugué et le module des nombres suivants : a) z = (2 + 3 i) + (1 – 2 i)
   b) z = -1 – 3i
   c) z = - 6i
   d) z = - 8

(2) Situation similaire à traiter :

L'enseignant de $4^{ème}$ année des Humanités Scientifiques du Collège St JEAN de KENGE au KWANGO présente à ses élèves une fonction h de **C** vers **C** définie par $h(Z) = \frac{Z}{Z+1}$ **.** Il pose $Z' = h(-1 + i)$ et demande à ses élèves de calculer : Z', $\frac{1}{Z'}$ et Z'^8 .

MM6.2 : REPRESENTATIONS DES NOMBRES COMPLEXES

A. Savoirs essentiels :

- Représentations algébrique et trigonométrique des nombres complexes.
- Opérations sur les nombres complexes

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Représentations algébrique et trigonométrique des nombres complexes », « Opérations sur les nombres complexes ».

C. Exemple de situation :

Après la distribution des programmes Éducatifs du DAS dans une école, un élève trouve sur un emballage écrit : « Trois nombres complexes ont pour images les points sommets d'un triangle équilatéral dans le cercle de centre O et de rayon 2. Sachant que le premier de ces nombres a pour argument $\frac{\pi}{2}$».

Il ramène cet emballage auprès de son enseignant de mathématiques.

L'enseignant demande à ses élèves de calculer le troisième nombre complexe sous forme algébrique.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition	- du module d'un nombre complexe - de l'argument d'un nombre complexe
Écrire	un nombre complexe sous sa forme algébrique, trigonométrique ou exponentielle	
Représenter	un nombre complexe géométriquement dans le plan de Gauss	
Écrire	le passage d'une forme d'un nombre complexe à une autre	
Effectuer	les opérations ; le produit, le quotient, la puissance nième et la racine nième de nombre complexe non nul en utilisant la forme trigonométrique d'un	

	nombre complexe
Appliquer	la démarche ci-dessus pour traiter l'exemple de situation

E. Évaluation

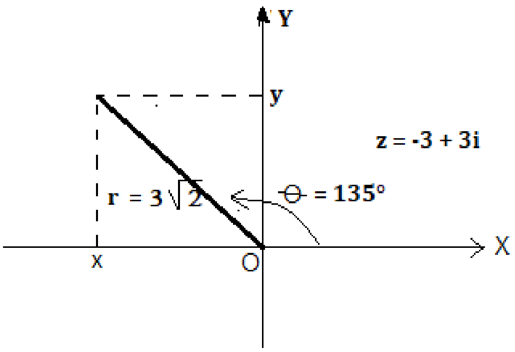
(1) Exemples d'items :

1) Calculer le module et l'argument du complexe $\frac{1}{1+i\,tg\frac{2\pi}{3}}$
2) On considère deux nombres complexes, $z_1 = -\sqrt{6} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$
   Calculer l'argument du nombre U = $\frac{z_1}{z_2}$
3) Soient trois nombres complexes:
   $z_1 = 2(cos\frac{4\pi}{3} + isin\frac{4\pi}{3}$; $z_2 = 6(cos\frac{\pi}{6} + isin\frac{\pi}{6})$; $z_3 = 3(cos\frac{\pi}{4} + isin\frac{\pi}{4})$
   Calculer l'expression $\frac{z_1.z_2}{z_3}$.

(2) Situation similaire à traiter :

A la deuxième séquence didactique de mathématiques en 4ème année des humanités scientifiques, l'enseignant présente, au tableau, deux nombres complexes : $Z_1 = 3i - 2$ et $Z_2 = \sqrt{3} - i$ dont le premier est représenté ci-dessous.
Il demande à ses élèves de :

1) Représenter graphiquement le deuxième nombre et expliquer la démarche.
2) Trouver le module et l'argument de :
   $Z_1.Z_2$, $\frac{Z_1}{Z_2}$ et Z_1^3.
3) Écrire Z_2 sous la forme $re^{\theta i}$.
4) Trouver les racines cubiques de Z_1.



MM6.3 : EQUATIONS DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES COMPLEXES

A. Savoir essentiel :

Équations dans **C**

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Équations dans **C** ».

C. Exemple de situation :

L'élève Nkulu de la 4ème année des humanités scientifiques a lu dans un livre de mathématiques que les équations dans C se résolvent comme dans R en tenant compte du fait que $i^2 = -1$. Il demande un peu plus d'explications à son enseignant. Celui-ci en profite pour donner à tous les élèves de sa classe le devoir ci-après pour le lendemain : il faudra résoudre les équations suivantes définies dans C sachant qu'elles ont une solution commune et de justifier les calculs effectués :

$$\boldsymbol{z^2 - 4z + 5 = 0 \qquad et \qquad z^3 - (1+2i)z^2 - 3z + (2i-1) = 0}$$

Aide ces élèves à réaliser ce devoir.

D. Activités :

(1) Résolution de l'équation $az + c = 0$ dans **C**

Actions*(de l'élève)*	**Contenus***(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la forme de l'équation du 1er degré dans **C**.
Appliquer	les règles de calculs pour résoudre l'équation donnée
Appliquer	le procédé établi à la résolution d'une équation quelconque de la forme donnée

(2) Résolution de l'équation $az^2 + bz + c = 0$ dans **C**

Actions*(de l'élève)*	**Contenus***(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la forme d'une équation du deuxième degré à coefficients complexes

Déterminer	les racines carrées d'un nombre complexe
Calculer	le réalisant d'une équation donnée en appliquant les règles de calculs dans **C**
Déterminer	les racines carrées du discriminant de l'équation donnée.
	les solutions de l'équation donnée en appliquant les mêmes formes établies sur les nombres réels
Appliquer	les procédés vus au traitement de la situation donnée

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Résoudre les équations suivantes dans **C** :

   a) $3z - (3 - 2i) = 0$

   b) $z^2 + z - 3 = 0$

   c) $z^2 + z(1 + i) - 3 + 2i = 0$

   d) $z^4 - (5 - 14i)z^2 - 2(5i + 12) = 0$

(2) Situation similaire à traiter :

Résoudre l'équation $z^3 - (3 + 4i)z^2 - 4(1 - 3i)z + 12 = 0$ sachant qu'elle admet une solution réelle.

MM6.4: FONCTIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES

A. Savoir essentiel

Notions sur les fonctions exponentielles et logarithmiques

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Notions sur les fonctions exponentielles et logarithmiques ».

C. Exemple de situation

Pour faire découvrir à ses élèves les savoirs essentiels de la nouvelle séquence didactique, l'enseignant de la 4ème année des humanités scientifiques rappelle que dans les intitulés de la plupart des fonctions, les qualificatifs proviennent des expressions images desdites fonctions.

C'est ainsi que, par exemple, $f: x \rightarrow y = a$ ($a \in \mathbf{R}$) est dite fonction constante ; $f: x \rightarrow y = \frac{ax+b}{cx+d}$ est une fonction rationnelle; $f: x \rightarrow y = ax^n + \cdots + cx^2 + dx + p$ est une fonction polynôme.

Il demande ensuite à ses élèves de :

- Nommer les fonctions $f: x \rightarrow y = \log_a x$ et $f: x \rightarrow y = a^x$.
- Déterminer leurs domaines de définition et de continuité.
- Étudier leurs variations

D. Activités

Actions *(de*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une fonction logarithmique la définition d'une fonction exponentielle
Détermine r	le domaine de définition, le domaine de continuité et les intervalles de variation : - d'une fonction logarithmique - d'une fonction exponentielle

Établir	le lien entre y $= \log_a x$ et $y = a^x$
Restituer	la définition du nombre « e »
Détermine	la valeur approchée du nombre « e »
Restituer	la définition des fonctions hyperboliques

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Déterminer b si $\log_b 10^4 = -2$
2) Exprimer x en fonction de y lorsque y = ln $(1 + x)^3$
3) Déterminer le domaine de définition de $y = \log_{x-2}\left(\frac{x-2}{4-x}\right)$
4) Calculer 64^{4x} sachant que $4^{6x} = 5$
5) Établir la relation : $ch^2x - sh^2x = 1$

(2) Situation similaire à traiter

L'infirmière de l'école assure une perfusion de sérum toutes les huit heures à l'élève Tuminar avec une quantité q_0 de sérum, exprimée en cm^3.

Après élimination naturelle, la quantité restante de ce sérum au bout d'un temps t, exprimé en heures, est donnée par la fonction $q: t \to q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{24}}$.

L'enseignant de cet élève profite de cette situation et demande à ses élèves de :

- Déterminer le domaine de définition de la fonction q.
- Calculer en fonction de q_0 la quantité restante de sérum dans le corps après 8h, 10h, 24h.
- Trouver la fonction réciproque de q et de la nommer.

MM6.5 : DÉRIVÉES DES FONCTIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES

A. Savoirs essentiels :

- Dérivées des fonctions logarithmiques et exponentielles
- Limites des fonctions logarithmiques et exponentielles

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Dérivées des fonctions logarithmiques et exponentielles », « Limites des fonctions logarithmiques et exponentielles ».

C. Exemple de situation :

KANDE, élève de la 4ème année des humanités scientifiques, a ramassé une feuille de papier sur lequel il était demandé de calculer l'expression E = $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{2x} - 2^{3x}}{\log_2(x+1)}$.

Incapable de trouver la solution, il apporte le papier à son enseignant qui à son tour demande à ses élèves de calculer cette limite en utilisant la règle d'Hospital.

D. Activités :

(1) Dérivées des fonctions logarithmiques

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition de la dérivée d'une fonction	
Appliquer	cette définition pour trouver la dérivée de $\log_a x$	
Déduire	la dérivée de	$y = \log_a u$, où u est une fonction de x
		$y = ln\, u$, où u est une fonction de x

(2) Dérivées des fonctions exponentielles

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la dérivée de la réciproque d'une fonction	
Déduire	la dérivée de	y = a^u, où u est une fonction de x
		y = e^u , où u est une fonction de x
Calculer	la dérivée de	y = u^v, où u et v sont des fonctions non constantes de x
		fonctions hyperboliques
Étudier	la variation de la fonction $log_a x$ et de la fonction e^x	
Dresser	le graphique des fonctions $log_a x$ et e^x	

(3) Limites des fonctions logarithmiques et exponentielles

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la forme générale d'une fonction	Logarithmique
		Exponentielle
Calculer	les limites aux bornes du domaine de définition des fonctions logarithmiques et exponentielles, selon que la base est supérieure ou inférieure à 1	
Lever	les indéterminations	de la forme $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $0.\infty$ et $\infty - \infty$
		exponentielles 0^0; ∞^0; ∞^∞ et 1^∞
Appliquer	les principes ci-dessus à l'exemple de situation	

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a) $y = \log_5 \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$ b) $y = (sinx)^{cosx}$

c) $y = e^{\frac{x-1}{x}}$ d) $y = ln\left|tg\,\frac{x}{2}\right|$

e) $y = \ln|ch2x| + \frac{1}{ch^2x}$

2) Déterminer les limites des fonctions ci-après :

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-e^x}{\ln(1+x)}$ b) y = $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{3x-2}{2x+3}\right)^{4x-5}$

3) Étudier la fonction $f : R^+ \to R$ telle que $f(0) = 0 \, et \, f(x) = x(\ln x - 1)$.

Construire dans un repère cartésien la courbe $y = f(x)$

(2) Situation similaire à traiter :

A la bibliothèque de l'école, plusieurs livres de mathématiques de la 4ème année des humanités scientifiques traitent des dérivées des fonctions. Cependant, KADI ne parvient pas à retrouver l'équation de la tangente à la courbe d'équation f(x) = $\frac{\ln(2x+3)}{5^{4x}-256}$ au point d'abscisse 3.

Aide-la à retrouver la pente de la tangente à cette courbe.

MM6.6 : EQUATIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES

A. Savoirs essentiels :

-Équations logarithmiques
-Équations exponentielles

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels «Équations logarithmiques » « Équations exponentielles ».

C. Exemple de situation:

Le Maire de la Ville de KOLWEZI dans la province du LUALABA cherche à fixer l'intensité i du son à 4 décibels dans tous les bars des quartiers populaires de cette ville. À cet effet, il lance dans des écoles scientifiques de sa ville un concours dont l'une des questions consiste à calculer la puissance *p* du son à émettre sachant que $i = 10 \log\left(\frac{p}{p_0}\right)$, sachant que $p_0 = 0{,}1$ désigne la puissance d'un son au-dessous duquel aucun son n'est audible par l'oreille humaine.

Un des enseignants de cette ville demande à ses élèves de calculer la puissance p du son à émettre dans les conditions imposées par le Maire de la ville.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	***Contenus*** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une équation logarithmique et d'une équation exponentielle
Identifier	la forme d'une équation logarithmique ou d'une équation exponentielle
Trouver	le processus de résolution d'une équation logarithmique et exponentielle
Résoudre	une équation logarithmique ou exponentielle
	un système de deux équations logarithmiques ou de deux équations exponentielles
Utiliser	la démarche dans la résolution de l'exemple de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Résous les équations suivantes dans **R**

1) $4 = \log_b 81$ 2) $\log x + \log 3 = 2\log 4 - \log\ 2$ 3) $\ln(x - 1) = 7$

4) $2\boldsymbol{e}^x + 10 = 6$ 5) $3ln^2x + 5lnx - 2 = 0$ 6) $\begin{cases} \ln(y+6) - lnx = 3lnx \\ e^{6x}e^y = e^{-6} \end{cases}$

(2) Situation similaire à traiter :

Les enseignants de mathématiques de 4ème année des HSC de la Ville de Kolwezi ont, après le concours lancé par le Maire de leur ville, composé l'exercice d'accompagnement suivant pour départager les lauréats ex aequo.
Aide ces lauréats à résoudre dans **R** l'équation : $-e^{2x} + e^x + 2 = 0$.

MM6.7 : INEQUATIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES

A. Savoirs essentiels

- Inéquations logarithmiques
- Inéquations exponentielles

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Inéquations logarithmiques », « Inéquations exponentielles ».

C. Exemple de situation

Le professeur de la classe de 4ème année des humanités scientifiques a gardé un souvenir des questions posées lors du concours d'admission auquel il a participé pour son inscription en première année de graduat. Il présente deux de ces exercices à ses élèves. Il s'agit de :

$2e^{2x} - 5e^{x} + 2 > 0$ et $ln(x+2) + ln(x+4) < ln(x+8)$.

Il leur demande de les résoudre et de représenter les solutions sur une droite numérique.

D. Activités

(1) Inéquations exponentielles

Actions *(de l'élève)*	***Contenus*** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Poser	$\boldsymbol{a^x}$ = t
Remplacer	t dans l'inéquation
Étudier	les signes de la fonction associée à l'inéquation en t
Dégager	la solution de l'inéquation sous forme d'intervalles
Exprimer	les bornes de l'intervalle trouvé en fonction de x
Appliquer	le procédé précédent à la résolution d'un système d'inéquations exponentielles

(2) Inéquations logarithmiques

Actions (*de l'élève)*	**Contenus**(*sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Déterminer	le domaine de définition de la fonction associée à l'inéquation donnée
Appliquer	les propriétés des logarithmes pour n'avoir qu'une seule expression logarithmique par membre
Résoudre	l'inéquation déduite de l'application des propriétés de logarithmes
Déterminer	l'ensemble des solutions de l'inéquation sous forme d'union d'intervalles
Valider	les solutions par l'intersection de l'ensemble des solutions avec le domaine de définition de l'inéquation
Appliquer	le procédé précédent à la résolution d'un système d'inéquations logarithmiques

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Résoudre dans **R** les inéquations suivantes :

1) $(1 - \ln x)(\ln x + 3) \geq 0$
2) $\ln(x^2 - 4e^2) < 1 + \ln(3x)$
3) $(\ln x)^2 + 2\ln x - 15 \leq 0$
4) $e^{3x} - 3e^{2x} - e^x + 3 \geq 0$
5) $e^x - 7e^{-x} + 20 \leq 0$
6) $\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1} \geq 2$

2) Résoudre les systèmes d'inéquations suivants **:**

a) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{5}}(1-x) \geq 1 \\ e^{x^2-3x} < \frac{1}{e^{-4}} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1-x^2}{x} < \log_3 x \\ \log^2 x < 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3^x < 9^{2x-3} \\ 2^{\frac{x}{2}} - 1 > 0 \end{cases}$

(2) Situation similaire à traiter

Le professeur de mathématiques demande à l'élève SHUDE de la 4èmeannée des humanités scientifiques de corriger une question suivante de l'examen du 1er semestre qui n'a pas récolté un bon score dans la cotation ; résoudre l'inéquation

$$\log_a x > \log_a x(3x-2).$$

MM6.8 : APPLICATIONS DES FONCTIONS LOGARITHMIQUES ET EXPONENTIELLES

A. Savoir essentiel

Problèmes de calculs logarithmiques et exponentiels appliqués à la démographie, à l'économie, …

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Problèmes de calculs logarithmiques et exponentiels appliqués à la démographie, à l'économie, … »

C. Exemple de situation :

L'équipe du Docteur Muyembe a mis en place un dispositif pour combattre la maladie à virus Ébola à l'Est de la RDC. L'une des villes à l'Est de la RDC connait maintenant une variation positive de sa population définie par la fonction :$p(t) = p_i e^{nt}$ où p_i représente la population initiale, p(t) la population à l'instant t et n le taux de croissance de la population.

En 2017, la population s'élevait à 2 500 000 d'habitants et en 2018 à 2 750 000.

L'enseignant de mathématiques de la 4ème année des humanités scientifiques demande à ses élèves de trouver la valeur de n puis d'utiliser cette valeur pour prédire ce que la population de cette ville sera en l'an 2021.

D. Activités : fonctions logarithmes et exponentielles

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition d'une	fonction logarithmique fonction exponentielle
	les propriétés des fonctions logarithmiques et exponentielles	
Traduire	la propriété énoncée dans une situation en une équation logarithmique ou exponentielle	
Résoudre	l'équation logarithmique ou exponentielle	
Appliquer	la démarche pour traiter des situations similaires	

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la relation qui existe entre les fonctions logarithmiques et les fonctions exponentielles.
2) Décrire une démarche pour traiter un problème sur l'application des fonctions logarithmique ou exponentielle.

(2) Situation similaire à traiter :

Au Centre Saint Gérard de Kola, le nombre de fleurs "Rose" double chaque jour. Aujourd'hui, la première fleur est apparue.

a) Combien de fleurs y aurait-il dans 10 jours?
b) Dans combien des jours y aurait-il 2048 fleurs ?

MM6.9 : DEVELOPPEMENT EN SERIE DES FONCTIONS USUELLES

A. Savoirs essentiels

- Formule de Taylor
- Formule de Mac-Laurin

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Formule de Taylor », « Formule de Mac-Laurin ».

C. Exemple de situation

BELE et TUMI sont élèves en $4^{ème}$année des humanités scientifiques au Collège Boboto, à Kinshasa Gombe. Depuis un certain temps, TUMI pense qu'une fonction quelconque peut s'écrire sous forme d'une fonction polynôme ; ce que BELE conteste.
Aide les deux apprenants à se départager.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Donner	les conditions pour qu'une fonction soit développée suivant la formule de Taylor ou de Mac-Laurin
Écrire	la formule de Taylor
Déduire	la formule de Mac-Laurin
Développer	une fonction suivant la formule de Taylor ou de Mac-Laurin
Déterminer	la valeur approchée d'un nombre en utilisant la formule de Mac-Laurin
	l'erreur approximative commise en calculant la valeur d'un nombre par la formule de Mac-Laurin
Calculer	la limite d'une fonction à l'aide des équivalences des fonctions

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Développer chacune de fonctions suivantes au voisinage du point a:

   a) $y = x\, e^x;\ \ a = 0$ $\qquad$ $b)\ y = 3x^7 + 2x^6 + 4x^3 - 3x^2 + 5x + 1;\ \ a = 1$

2) Calculer avec 5 décimales exactes la valeur de :

   a) $\sqrt[3]{123}$ $\qquad$ b) $\sqrt{1{,}03}$ $\qquad$ c) $\ln 0{,}95$

3) Trouver le développement limité d'ordre n suivant Mac-Laurin de chacune des fonctions suivantes :

   a) $y = sin3x;\ \ n = 5$ $\qquad$ $b)\ y = \ln(1 + x^2)\,;\ \ n = 3$

4) Déterminer les limites de la fonction $y = \frac{1-cosx}{tg^2x}$ lorsque x$\rightarrow 0$, en utilisant la fonction équivalente.

(2) Situation similaire à traiter

Les quatre premiers termes non nuls du développement de Mac-Laurin de la fonction $f(x) = e^{\frac{x}{2}} sin2x$ forment un polynôme $g(x) = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4$.

a) Calculer $2a + b + c - 3d$.
b) Trouver la valeur numérique de $g(-1)$.

MM6.10 : DIFFÉRENTIELLE D'UNE FONCTION

A. Savoirs essentiels :

- Notions de différentielle
- Interprétation graphique de la différentielle d'une fonction en un point
- Calcul différentiel

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions de différentielle d'une fonction », « Interprétation graphique de la différentielle d'une fonction en un point », « Calcul différentiel ».

C. Exemple de situation :

Les parents de l'élève Kanku, de la 4ème année des humanités scientifiques à l'institut Dibwe dia Buakana à Mbujimayi, ont l'intention d'augmenter de 2 centimètres chaque arête de leur citerne cubique à eau.

L'enseignant se saisit de cette situation et demande à ses élèves de (d') :

Utiliser l'approximation $\frac{dy}{dx}$ pour déterminer une valeur approchée de l'augmentation du volume obtenu de cette citerne.

Vérifier que l'erreur commise sur l'approximation précédente est de $6 \times 10^{-3} m^3$.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de la différentielle d'une fonction en un point x_0.
	la définition du nombre dérivée d'une fonction en un point x_0
Interpréter	géométriquement la différentielle d'une fonction en un point x_0
Représenter	l'accroissement de l'ordonnée d'un point P de la courbe pour un accroissement h de l'abscisse de ce

	point.
Établir	les équivalences entre les infiniment petits Δy et dy pour Δy arbitrairement voisin de zéro ».
	la notation $dy = y' \, dx$
	les règles de calculs des différentielles des fonctions polynômiales usuelles; logarithmique ; exponentielle ; trigonométrique et paramétrique
Appliquer	le calcul des différentielles dans le traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer la différentielle de chacune des fonctions suivantes définies sur **R :**

   a) $f(x) = x^2 + x - 3$

   b) $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right)$

2) Même exercice pour $x \in \left]0, +\infty\right[$

   a) $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - 3$

   b) $f(x) = (4x - 3)\sqrt{x}$

   c) $f(x) = \frac{-x^2+4}{4x}$

(2) Situation similaire à traiter :

La population d'une ville est donnée par la fonction $f(t) = \frac{26\,t+10}{t+5}$, avec t le nombre d'années écoulées depuis 2015 et $f(t)$ le nombre d'habitants en milliers.

1. Calculer le rythme de croissance de la population$f'(t)dt$ pour t = 20 et étudier le sens de variation de la population.
2. Déterminer le rythme de croissance à prévoir en 2060.

MM6.11 : PRIMITIVES D'UNE FONCTION

A. Savoir essentiel :

Primitives d'une fonction

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Primitives d'une fonction ».

C. Exemple de situation :

Le rapport de la MONUSCO fait état du nombre y de centaines de réfugiés dans l'Est de la République Démocratique du Congo durant x années, qui varie selon le taux y'(x) = $5\sqrt{x}$.

Munis de cette information, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques veulent connaître le lien qui existe entre le nombre de réfugiés et son taux de croissance.
Aide-les à calculer le nombre de réfugiés qui s'installeront en RDC dans 9 ans, si aujourd'hui, ce nombre est de 1 000.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	les formules des dérivées des fonctions usuelles
Établir	la relation entre une dérivée et sa primitive
Restituer	la définition de la primitive d'une fonction
Interpréter	géométriquement l'intégrale indéfinie
Identifier	les primitives immédiates
Établir	les propriétés des primitives
Appliquer	les propriétés de calcul des intégrales indéfinies pour traiter l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer l'intégrale indéfinie de chacune des fonctions suivantes :
   a) $y = \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{4}$ b) $y = \left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}\right)^2$ c) y = $(1 + e^x)^3$
2) Calcule r :

a) $\int cosx\ sinx\ dx$ b) y = $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x}\ dx$

3) Déterminer la primitive de la f(x) = $\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$ qui, pour x = 2, prend la valeur $\frac{1}{2}$.

(2) Situation similaire à traiter :

La famille NALO utilise l'eau d'un réservoir de volume V pour ses besoins ménagers. Accidentellement, un clou a percé ce réservoir et l'eau coule sans arrêt. Le volume V d'eau diminue au taux V'(t) = - $\frac{t}{50}$ litres par minute.

Aide cette famille à calculer l'instant où le réservoir sera vide, si 4 litres étaient retirés avant l'accident.

MM6.12 : INTEGRATION DES FONCTIONS NUMERIQUES

A. Savoirs essentiels :

- Méthodes d'intégration
- Intégrale définie

A. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Méthodes d'intégration » et « Intégrale définie ».

B. Exemple de situation :

MUTOMBO, élève de la 4ème année des humanités scientifiques a consulté un moteur de recherche sur le calcul intégral. Il a relevé le tableau ci-après des types des fonctions à intégrer vus et non vus à son école qu'il présente à son condisciple KANDA pour l'aider à le compléter.

N°	Type de fonction à intégrer	Exemple	Méthode d'intégration
1	Fonctions usuelles	cos x ; $\frac{u'}{u}$	Intégration immédiate
2	Polynôme quelconque	$a_n x^n + .. a_1 x + a_0$	Intégration immédiate
3	Fraction simple de première espèce	$\frac{1}{(x-a)^n}$	Intégration immédiate
4	Produit de deux fonctions dont une primitive est connue	$u \times v$; $e^x \times sinx$; $e^x \times lnx$	
5	Fonction composée	$(f \circ g)$	
6	Fraction rationnelle	$\frac{-x^3 + x - 1}{x^5 + x^2 + 1}$	
7	Inverse d'un polynôme de degré 2 ($\Delta < 0$)	$\frac{1}{3x^2 + 4x + 7}$	
8	Inverse de la racine carrée d'un polynôme de degré 2	$\frac{1}{\sqrt{3x^2 + 4x + 7}}$	
9	Fraction rationnelle en $sinx et cosx$	$\frac{\sin^4 x}{\sin x + \sin^3 x}$	
10	Produit de $sin^n x \times cos^m x$	$sin^5 x \times cos^4 x$	
11	Fraction simple de seconde espèce	$\frac{1}{(ax^2 + bx + c)^n}$	

Celui-ci lui propose de recourir à son enseignant pour des cas de calcul non étudiés. L'enseignant de cette classe se saisit des préoccupations de ces deux élèves et demande à sa classe de :

a) Compléter le tableau de leur collègue en décrivant la méthode appropriée de calcul pour chaque cas ;
b) Traiter à chaque fois l'exemple donné.

C. Activités :

(1)Méthodes d'intégration

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	le calcul de la dérivée d'un produit des fonctions en x
	le calcul de la dérivée d'une fonction composée de deux fonctions en x
Établir	la règle de calcul des intégrales par parties
	la règle de calcul des intégrales par changement de variable
Appliquer	le calcul des intégrales dans le traitement de la situation

(2) Intégration des fonctions trigonométriques

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	le calcul des intégrales immédiates des fonctions trigonométriques et des fonctions cyclométriques
Calculer	l'intégrale des fonctions trigonométriques linéarisées
Utiliser	les fonctions hyperboliques pour l'intégration de certaines fonctions numériques
Appliquer	les procédés ci-dessus au traitement de la situation

(3) Intégration des fonctions rationnelles

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une fonction rationnelle en x
Appliquer	les méthodes d'intégration à la fonction rationnelle décomposée en éléments simples

Appliquer	les procédés ci-dessus au traitement de la situation

(4) Intégrale définie

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une intégrale définie
	les propriétés de calcul des intégrales définies
Interpréter	géométriquement la signification de l'intégrale définie
Établir	le lien entre la primitive et l'intégrale définie
Appliquer	les différentes méthodes d'intégration en vue de déterminer la valeur exacte ou approchée d'une intégrale définie
	le calcul des intégrales dans le traitement des situations

D. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\int x \ln x \, dx$

2) $\int x^2 e^x \, dx$

2) $\int_1^2 \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx$

3) $\int \frac{dx}{1-\sin x+\cos x}$

4) $\int x^5\sqrt{x^2+4} \, dx$

5) $\int sh^3(x)ch^2(x) \, dx$

6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x \, dx$

(2) Situation similaire à traiter :

Une particule se meut sur une droite à une vitesse (en mètre/sec) définie au temps (en secondes) de départ par $v = \frac{t+3}{t^2+3t+2}$. Calculer l'espace parcourue par cette particule du départ jusqu'à 3 secondes.

MM6.13 : APPLICATIONS GEOMETRIQUES DE L'INTEGRALE

A. Savoirs essentiels

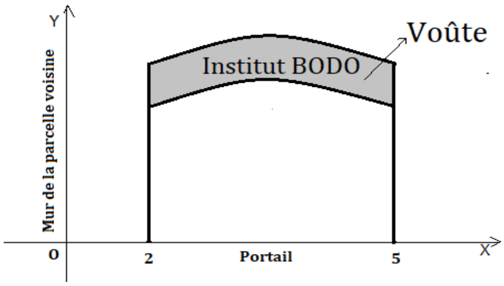
- Calcul des aires
- Calcul des volumes des corps de révolution

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Calcul des aires », « Calcul des volumes des corps de révolution ».

C. Exemple de situation

Une voûte doit être placée sur le portail de l'entrée de l'Institut BODO. Les colonnes qui doivent soutenir la voûte sont respectivement à 2 et à 5 m du mur de la parcelle voisine à celle de l'école.



Le maçon VILOLO a produit le schéma ci-contre de cette voûte.

L'enseignant de la 4ème année scientifique de cette école demande à ses élèves de déterminer l'aire de la face de devant de la voûte, sachant qu'elle est délimitée par les courbes des fonctions f(x) =$-\frac{x^2}{8} + 2x + 5$, g(x)= $-\frac{x^2}{8} + 3x + 2$, les droites $x = 2$ et $x = 5$.

D. Activités

(1) Calcul des aires

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*

Établir	la formule de calcul de l'aire de la surface comprise entre deux courbes de fonctions y = f(x) et y = g(x) : - si les bornes sont données - si les bornes ne sont pas données
Déterminer	la formule de calcul de l'aire de la surface limitée par une courbe en cordonnées polaires dont les bornes sont données.
Calculer	l'aire balayée par une courbe sur un secteur angulaire
Déterminer	la longueur d'une branche de courbe - en coordonnées cartésiennes - en coordonnées paramétriques - en coordonnées polaires
Appliquer	la démarche pour traiter l'exemple de situation

(2) Calcul des volumes des corps de révolution

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de corps de révolution
Utiliser	les méthodes de détermination du volume engendré par une surface
Appliquer	les méthodes de détermination du volume engendré par une surface dans des situations données

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Calculer l'aire de la surface comprise entre les courbes représentatives des équations $y = x - 2$ et $2x = (y - 2)^2$.
2) Évaluer l'aire du domaine délimité par les courbes d'équations $y = x^2 + 4x + 1$ et $y = 2x + 1$ dans l'intervalle fermé allant de -1 à 2.
3) Trouver le volume du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe indiqué de la région délimitée par :

a) $y = \frac{1}{x}$; x = 1; x = 3 et y = 0 ; axe OX.

b) x + y = 1; x – y = -1 et x = 2 ; axe OY.

(2) Situation similaire à traiter

Déterminer le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de OX de la région délimitée par les courbes d'équations $y = x^4 - 4x^2$ et $y = 4x^2$ dans $[0, 2\sqrt{2}]$.

MM6.14 : INTRODUCTION A LA PROBABILITE

A. Savoirs essentiels :

- Notions de probabilités
- Probabilité conditionnelle, événements indépendants
- Notions de variables aléatoires

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions de probabilités », « Probabilité conditionnelle, événements indépendants », « Notions de variables aléatoires ».

C. Exemple de situation :

Pour un examen oral, l'enseignant des mathématiques d'une classe de 4ème année des humanités scientifiques a préparé 30 questions inscrites chacune sur un morceau de papier. Un élève interrogé doit tirer une seule fois trois questions. Les 30 questions comprennent 15 questions relatives aux intégrales, 5 questions relatives aux similitudes, 4 questions relatives à la géométrie descriptive et 6 questions sur l'algèbre.

Le tirage étant sans remise :

Quel est le nombre de possibilités pour que le premier élève qui se présente tire 3 questions relatives aux intégrales ?

Quel est le nombre de possibilités pour que l'élève qui se présente en second lieu tire 2 questions relatives aux intégrales et une relative aux similitudes ?

D. Activités :

(1) Notions de probabilités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition de la (l') (du)	probabilité en tant que science
		phénomène, phénomène aléatoire
		épreuve, événements d'une épreuve, événement élémentaire
		univers des événements d'une expérience aléatoire

Expliquer	les concepts	cas possibles, cas favorables d'une épreuve
		événement impossible, événement certain, événements contraires, événements incompatibles
		événements A et B, événements A ou B
		probabilité d'un événement
Identifier	les valeurs particulières de la probabilité d'un événement élémentaire	
Écrire	la formule de la probabilité de la réunion de deux événements incompatibles	
	la formule de la probabilité de la réunion de deux événements quelconques	
	la formule de la probabilité du contraire d'un	
Restituer	la définition et la propriété de l'équiprobabilité dans les calculs des probabilités	
Appliquer	la propriété de l'équiprobabilité dans les calculs des probabilités	
	les formules de probabilités ci-dessus au traitement de la situation	

(2) Probabilité conditionnelle, événements indépendants

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition de (d')	la probabilité conditionnelle
		événements indépendants
		probabilités totales
Exprimer	la formule de	probabilités conditionnelles
		probabilités totales
Appliquer	les formules ci-dessus à l'exemple de situation	

(3) Notions de variables aléatoires

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*	
Restituer	la définition de (d')	une variable aléatoire
		la loi de probabilité (ou de distribution de probabilités) de la variable aléatoire X
Formuler	une loi de probabilités	
Appliquer	une loi de probabilités donnée	

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition de : phénomène aléatoire ; épreuve en probabilités ; équiprobabilité ; probabilités conditionnelles ; variable aléatoire.
2) Écrire les formules : des probabilités conditionnelles ; de la probabilité de la réunion de deux événements quelconques ; des probabilités totales.
3) Quelle est la probabilité d'obtenir une fille lors d'un accouchement normal ?

(2) Situation similaire à traiter :

Douze appareils téléphoniques sont en exploitation : trois d'entre eux sont fabriqués par l'usine A et ont chacun une probabilité $p_1 = 0,9$ d'être bon, quatre d'entre eux sont fabriqués par l'usine B et ont chacun une probabilité $p_2 = 0,8$ d'être bon, cinq d'entre eux sont fabriqués par l'usine C et ont chacun une probabilité $p_3 = 0,75$ d'être bon.

Calculer la probabilité pour qu'un appareil, choisi au hasard parmi les douze, passe à l'essai (c'est-à-dire soit bon).

MM6.15 : PARAMETRES DE DISPERSION

A. Savoirs essentiels :

- Espérance mathématique
- Variance
- Écart-type

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Espérance mathématique », « Variance », « Écart-type ».

C. Exemple de situation :

L'école secondaire de KABALA dans la province de KWILU a un jardin scolaire. Le nombre X de kilogrammes d'oranges récoltées dans ce jardin en un mois est une variable aléatoire à valeur entière, tel que :

X	0	1	2	3
$p(X< x)$	0,1	0,6	0,9	1

Aide cette école à :
Calculer :
L'espérance mathématique de X
La variance et l'écart-type de X
Dire si cette production est avantageuse pour l'école.

D. Activités :

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">la définition de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire X</td></tr>
<tr><td>Expliquer</td><td colspan="2">l'importance et l'utilisation de l'espérance mathématique dans une situation donnée</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Restituer</td><td rowspan="2">la définition de</td><td>la variance d'une variable aléatoire X</td></tr>
<tr><td>l'écart-type d'une variable aléatoire X</td></tr>
<tr><td>Appliquer</td><td colspan="2">la formule de l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire X à des situations données</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la formule de calcul de la (l') :
   a) Espérance mathématique
   b) Variance
   c) Écart-type d'une variable aléatoire discrète X
2) Expliquer en quoi les trois paramètres cités en 1) ci-dessus sont importants.

3) Voici une distribution de probabilité :

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(x < x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Calculer :

a) l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.
b) la variance Var(X) de la distribution
c) l'écart-type de la variable X.

(2) Situation similaire à traiter :

Le nombre d'élèves qui consultent leur enseignant de mathématiques durant le dernier mois de l'année scolaire obéit à une loi de probabilités dont la distribution est donnée par le tableau ci-dessous.

Nombre X d'élèves	0	1	2	3	4	5	6
Probabilité p(X)	0,05	0,10	0,15	0,25	0,30	0,10	0,05

L'enseignant demande à ses élèves de calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $Var(X)$ de la variable aléatoire discrète X.

MM6.16 : LOI DE DISTRIBUTION STATISTIQUE

A. Savoir essentiel

Loi binomiale

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Loi binomiale».

C. Exemple de situation

Dans une école de la place, 10 % des élèves finalistes réussissent chaque année avec distinction à l'Examen d'État.

Informés, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques de l'école veulent trouver la probabilité pour que deux élèves réussissent avec distinction sur un échantillon de dix, choisi au hasard.

Aide-les à trouver cette probabilité.

D. Activités

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Vérifier</td><td rowspan="4">que</td><td>l'épreuve est aléatoire et répétée</td></tr>
<tr><td>le résultat de chaque épreuve est soit un succès, soit un échec</td></tr>
<tr><td>les événements des épreuves sont indépendants</td></tr>
<tr><td>l'échec ou le succès ont la même probabilité de réalisation</td></tr>
<tr><td>Déduire</td><td colspan="2">la définition d'une loi binomiale</td></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">la formule de la loi binomiale à paramètres n et p</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Identifier</td><td colspan="2">le nombre n des épreuves ou essais et la probabilité p du succès d'une distribution binomiale</td></tr>
<tr><td colspan="2">le nombre x de succès attendus</td></tr>
<tr><td>Déduire</td><td colspan="2">la probabilité $q = 1 - p$ d'avoir un échec</td></tr>
<tr><td>Appliquer</td><td colspan="2">la formule de la loi binomiale à la situation</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Énoncer les conditions d'application de la loi binomiale à une distribution des probabilités

2) Pour n = 6, p = 0,20 et x = 4, calculer la probabilité p(X = 4).
3) Calculer la probabilité p(X = x) pour une distribution binomiale
   où $p = q = \frac{1}{2}$ et $n = 5$.

(2) Situation similaire à traiter

Dans le contexte de la situation ci-dessus traitée, trouver la probabilité pour l'école d'obtenir plus de sept élèves qui réussissent avec distinction.

MM6.17 : LIEUX GEOMETRIQUES

A. Savoirs essentiels :

- Méthode de traduction
- Méthode des génératrices

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Méthode de traduction », « Méthode des génératrices».

C. Exemple de situation :

À l'occasion de l'ouverture des jeux de la journée de l'enseignement, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques de l'institut de la Gombe 2 présentent, sur le terrain de football de leur école, des chorégraphies sous forme de courbes décrites ci-dessous.

a) Ils considèrent d'abord la ligne médiane (d) du terrain ainsi que la position fixe F de celui qui dirige la troupe. Le rapport de la distance de la position de chaque élève au point fixe F et de la distance de chaque élève à la droite (d) vaut respectivement 1, ½ et 4/3. (Figure 1)

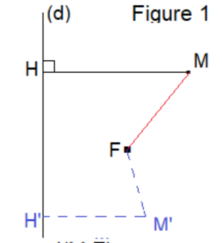


Figure 1

NB: $\frac{d(M,F)}{d(M,H)}$=1; 1/2;4/3

b) Ensuite, ils considèrent un segment de 12 m dont une extrémité est sur la parallèle à la ligne médiane, d'équation $x = 4$ et l'autre sur la parallèle à la ligne latérale du terrain, d'équation $y = -2$. Les élèves se déplacent de telle manière que leur position décrive une courbe formée par le milieu de ce segment qui glisse constamment sur les deux droites.

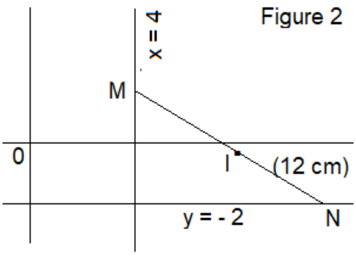


Figure 2

N.B. : MN = 12 cm
et I est le milieu de MN

Aide ces élèves à déterminer l'équation et la forme de chacune de ces courbes qu'ils devront respecter et suivre lors de leurs manifestations.

D. Activités :

(1) Méthode de traduction

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Expliquer	la méthode de traduction
Identifier	la propriété caractéristique des points du lieu énoncée dans le problème
Choisir	les axes de coordonnées en s'assurant qu'ils sont orthonormés
Traduire	la propriété géométrique donnée en une relation de la forme f(x,y) = 0

(2) Méthodes des génératrices

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Expliquer	la méthode des génératrices
Identifier	les génératrices
Déterminer	les équations des génératrices après avoir choisi un repère
Écrire	l'équation du lieu ne dépendant pas du paramètre λ
Déterminer	les parties parasites et les parties singulières du lieu
Appliquer	les méthodes vues au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Trouver le lieu des points du plan dont la distance au point (3,0) est égale à la distance à la droite x + 3 = 0.
2) Trouver le lieu des points du plan tels que la somme des distances aux points (4, 0) et (-4, 0) est 10
3) Par un point A(1,3) passe une droite variable qui tourne autour de A. Par le point B(-1, -4), on mène la perpendiculaire à la droite variable. Trouver le lieu des points d'intersection de deux droites.

(2) Situation similaire à traiter:

À l'occasion de l'ouverture des jeux de la journée de l'enseignement, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques ont exhibé une chorégraphie sous forme d'une courbe telle que la somme des distances de chaque élève à deux points fixes F(3;0) et F'(-3;0) soit égale à 10.
Aide ces élèves à déterminer l'équation et la forme de cette courbe qu'ils devront respecter et suivre.

MM6.18 : GENERALITES SUR LES CONIQUES

A. Savoirs essentiels :

- Réduction de l'équation générale d'une conique
- Classification des coniques

B. Compétence

Après avoir réalisé l'ensemble des activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Réduction de l'équation générale d'une conique »,
« Classification des coniques »

C. Exemple de situation

Pour introduire sa séquence didactique, l'enseignant de mathématiques de la 4ème année des humanités scientifiques dessine au tableau un cône et un plan. Il montre à ses élèves des exemples qui illustrent qu'une conique est une courbe qui résulte de l'intersection d'un cône et d'un plan et que la forme générale de son équation est : $ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$. Il leur présente alors l'équation $4x^2 - 9y^2 - 16x - 18y - 29 = 0$ et leur demande de :

a) réduire cette équation.
b) déterminer la nature de cette courbe.
c) généraliser la classification des coniques.

D. Activités

Actions (de l'élève)	**Contenus**(sur lesquels portent les actions de l'élève)
Identifier	la forme de l'équation générale des courbes du deuxième degré.
Restituer	la définition des coniques
Identifier	toutes les courbes du deuxième degré à une conique et réciproquement
Réduire	l'équation générale de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole
Classifier	les courbes du deuxième degré
Appliquer	la démarche ci-dessus pour traiter l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemple d'items

Réduire et déterminer la nature de la conique représentée par chacune des équations suivantes :

a) $2y^2 - 2xy + x^2 - 2y + x + 1 = 0$

b) $y^2 + 3xy + x^2 + x + y + 1 = 0$

c) $9y^2 + 12xy + 4x^2 - 6y - 4x - 9 = 0$

(2) Situation similaire à traiter

Lors d'une éclipse solaire, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques ont observé plusieurs formes géométriques. De retour en classe, l'enseignant de mathématiques traduit l'une de ces formes par l'équation

$2x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 3y + 4 = 0$.

Il leur demande ensuite de réduire cette équation et de classifier la courbe correspondante.

MM6.19 : ELEMENTS FOCAUX

A. Savoirs essentiels

- Foyers et directrices associées
- Excentricité
- Centre

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Foyers et directrices associées », « Excentricité », « Centre ».

C. Exemple de situation

Dans un cahier d'items de l'EXETAT 2018, les finalistes des humanités scientifiques rencontrent une difficulté pour déterminer le foyer et la directrice de la courbe d'équation $y^2 - x^2 - 8y + 2x + 10 = 0$.

Le professeur de mathématiques promet de répondre à la préoccupation de ses élèves lors de la séquence didactique sur les coniques.

Il leur demande de se documenter et de trouver le centre de cette conique.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Donner	la forme générale de l'équation d'une conique
Restituer	la définition du centre d'une conique
	la définition du foyer et de la directrice associée
	la définition de l'excentricité d'une conique
Déterminer	le centre d'une courbe
	le foyer et la directrice associée
	l'excentricité d'une conique

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

Déterminer les foyers et les directrices des courbes d'équations suivantes :

1) $x^2 + 4x - 2y + 1 = 0$
2) $3x^2 + 4y^2 + x - 39 = 0$
3) $16x^2 - 9y^2 + 8x - 12y - 20 = 0$

(2) Situation similaire à traiter

Déterminer la nature et l’équation de la conique d’excentricité $\frac{\sqrt{3}}{3}$, de foyer F (-1, 0) et de directrice associée la droite d’équation $x = \sqrt{2}$.

MM6.20 : PÔLE ET POLAIRE

A. Savoir essentiel :

Pôle et polaire par rapport à une conique

B. Compétence

Après avoir réalisé l'ensemble des activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoir essentiel « Pôle et polaire par rapport à une conique »

C. Exemple de situation

Les élèves de 4ème année des Humanités Scientifiques de l'institut Mokala dans la province de Bandundu, souhaitent améliorer leurs notes en Mathématiques. L'Enseignant de mathématiques leur propose une interrogation de récupération par laquelle il leur demande de calculer le lieu du point P tel que les polaires de ce point par rapport au cercle $C \equiv x^2 + y^2 - 4x = 0$ et à la parabole $\rho \equiv y^2 = 6x$ soient concourantes avec la droite d'équation $d \equiv x + y + 3 = 0$.

D. Activités

Actions*(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de polaire d'un point par rapport à une conique
	la définition de pôle d'une droite par rapport à une conique
Déterminer	l'équation de la polaire d'un point par rapport à une conique
	le pôle d'une droite par rapport à une conique
Établir	l'équation du lieu de pôles d'une droite par rapport à une conique
Appliquer	les résultats ci-dessus pour traiter la situation

Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) On donne l'équation de la conique $2x^2 - 2xy + 5y^2 - 7y - x + 10 = 0$. Trouver l'équation de la polaire du point (1,1) par rapport à cette conique.

2) Par rapport à la conique $3y^2 - 2xy + 2x^2 - 4y + 2x - 7 = 0$, trouver le pôle de la droite $2y - 3x - 1 = 0$
3) Quel est le lieu de pôles de la droite d$\equiv 2y - x + 1 = 0$ par rapport à la conique $\Gamma \equiv x^2 - y^2 - \lambda xy + \lambda = 0$

(2) Situation similaire à traiter.

L'Enseignant de la 4ème année des humanités scientifiques donne à ses élèves l'équation des courbes :$y^2 - 2(\sigma + 2)x + 5\sigma y + 9 = 0$.

Il leur demande de trouver :

a) Les points communs de ces courbes
b) Le lieu du pôle de la droite passant par ces points communs par rapport aux mêmes courbes.

MM6.21: TANGENTES ET NORMALES

A. Savoirs essentiels :

- Tangentes
- Normales

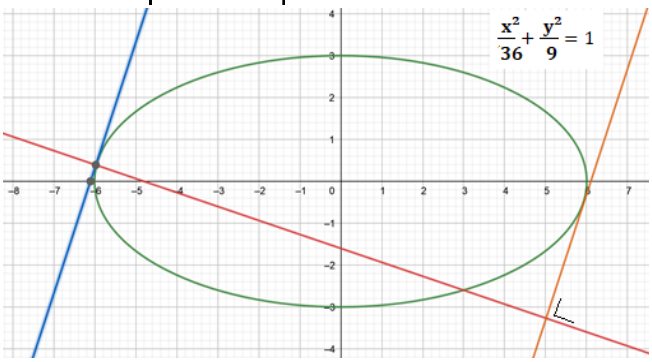
B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Tangentes » et « Normales ».

C. Exemple de situation:

Le menuisier du quartier Kimpe dans la commune de Ngaliema à Kinshasa/Delvaux a réalisé un plan de la table de travail pour internautes en forme ovale à fabriquer (voir figure ci-dessous). Le contour de la table se présente comme une ellipse d'équation : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Il souhaite tracer des tangentes en des points bien choisis et de perpendiculaires en ces points qui représenteront les pieds de la table en vue de séparer les places réservées aux internautes.



Aide-le à :

a) Écrire l'équation de la tangente (t) au point $C(x_0,y_0)$ de l'ellipse (E).
b) Écrire l'équation de la perpendiculaire à la tangente (t) au point $C(x_0,y_0)$ de l'ellipse (E) et la caractériser

c) Appliquer les questions a) et b) à l'équation représentant la table de travail fabriqué au quartier Kimpe aux points d'abscisse 2.

D. Activités :

(1) Tangente et normale en un point d'une conique

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de la tangente à une courbe
	la définition de la normale en un point d'une courbe
Écrire	l'équation de la tangente en un point de la courbe
	l'équation de la normale à la conique
Appliquer	la démarche précédente au traitement de la situation

(2) Tangentes à une conique issues d'un point

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Écrire	l'équation d'une droite (t) passant par le point A donné extérieur à la conique et de coefficient angulaire m à déterminer
Résoudre	le système formé par l'équation de la droite (t) et l'équation de la conique donnée.
Exprimer	la condition de tangence de la droite (t) à la conique donnée
Résoudre	l'équation en m résultant de la condition de tangence de la droite (t) à la conique donnée
Écrire	les équations des tangentes cherchées en exprimant que ce sont des droites passant par le point A et de coefficient angulaire m trouvé

(3) Normales issues d'un point à une conique

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	l'équation de la « conique d'Apollonius »
Déterminer	les pieds de contact des normales en résolvant le système formé par l'hyperbole d'Apollonius et la conique donnée
Écrire	les équations des normales issues du point donné et passant par chacun des pieds des normales trouvés

(4) Tangentes et normales à une conique, parallèles à une direction donnée

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de la corde des points de contact de la tangente avec la conique donnée
	la définition de la corde des pieds des normales à la conique donnée
Résoudre	le système formé par la corde des points de contact des tangentes avec la conique
	le système formé par la corde des pieds des normales et la conique donnée
Écrire	les équations des tangentes à la conique donnée en exprimant que chacune d'elles passe par un point de contact et de pente donnée
	les équations des normales à la conique données en exprimant que chacune d'elles passe par un pied et de pente donnée

(5) Applications des tangentes et normales à une conique

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une sous-tangente et d'une sous-normale à une conique
	la définition d'un angle de deux coniques
	la définition d'une podaire à une conique
Rechercher	la mesure algébrique d'une sous-tangente à une conique
	la mesure algébrique d'une sous-normale à une conique
	l'équation d'une podaire à une conique
Déterminer	l'expression donnant l'amplitude d'un angle de deux coniques
Appliquer	les résultats établis pour n'importe quelle conique du plan

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Déterminer la tangente et la normale à la conique suivante au point donné **:**

$$y^2 - 6y + 9x^2 + 3x = 0 \; au \; point \; A(-\frac{1}{3}, 0)$$

2) Trouver l'équation de la tangente à la parabole d'équation $y^2=4x$ menée parallèlement à la droite $x - 3y = 0$
3) Trouver les tangentes et normales à la conique d'équation $2x^2 + y^2 - 2x + y - 1 = 0$ issues du point P(2,3).
4) Trouver la valeur à attribuer à la variable a pour que la droite d'équation $12y - 5x + 6 = 0$ soit tangent à la parabole $y^2 - 5x + a = 0$.

(2) Situation similaire à traiter :

Quelle serait l'équation de chacune des tangentes et des normales à la conique représentant la table des internautes décrites par le dessin de la situation ci-dessus si elles doivent être tracées d'un point $P(2, 4)$ extérieur à la conique d'équation $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$?

MM6.22 : ASYMPTOTES A UNE CONIQUE

A. Savoir essentiel

Asymptotes

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Asymptotes ».

C. Exemple de situation

En vue de préparer la séquence didactique prochaine de cours de Mathématiques, l'enseignant de 4ème année des humanités scientifiques donne à ses élèves un travail de recherche.

Il leur demande de trouver l'équation de l'hyperbole passant par l'origine des axes dont les asymptotes sont $\boldsymbol{y = 2x + 3}$ et $\boldsymbol{3y - x + 1 = 0}$.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une asymptote à une conique
Établir	l'équation aux directions asymptotiques à une conique
	l'équation d'une conique dont on connait les deux asymptotes et une condition supplémentaire
Déterminer	les directions asymptotiques à une conique
Écrire	les équations des asymptotes

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

Déterminer les équations des asymptotes des courbes d'équations :

a) $y^2 - 4xy + 3x^2 + 2y + x - 5$

b) $y^2 - 5xy + 6x^2 - 2y + 3x - 1$

(2) Situation similaire à traiter

L'Enseignant de Mathématique donne à ses élèves l'équation des coniques :

$\alpha y^2 + (\beta - \alpha)xy - (2 - \beta)x^2 + \alpha y - (\alpha^2 - \beta^2)x + 2\beta = 0.$

Il leur demande de dire les conditions pour que ces courbes admettent une asymptote :

a) parallèle à (Oy) ; b) parallèle à (Ox);

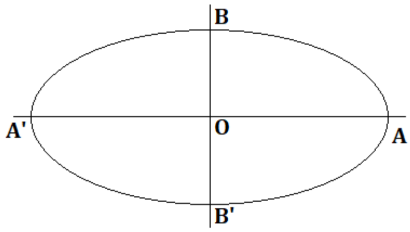
c) confondue à (Oy) ; d) confondue à (Ox).

MM6.23 : SOMMETS D'UNE CONIQUE

A. **Savoirs essentiels :**
   - Diamètres
   - Axes de symétrie et sommets

B. **Compétence :**
Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Diamètres », « Axes de symétrie et sommets »

C. **Exemple de situation**
Lors de la leçon de géométrie analytique, les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques de l'Institut LISANGA, à Kinshasa, ont tracé la courbe de l'ellipse d'équation $9x^2 + 36y^2 - 324 = 0$.
De retour à la maison, TSONI, élève de cette classe, constate que l'œuf que sa poule vient de pondre a un contour semblable à celui de l'ellipse vue en classe. Il réalise le dessin ci-contre de l'œuf, y trace les axes de symétrie et place les sommets de cette courbe.



Aide-le à:
   a) Établir les équations des axes de symétrie de cette conique.
   b) Calculer les coordonnées des sommets de la courbe.

D. **Activités :**

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'un diamètre conjugué à une direction donnée

	la définition des diamètres conjugués
Écrire	l'équation d'un diamètre conjugué à une direction donnée par rapport à une conique
Établir	la relation aux directions conjuguées
Déterminer	les directions principales d'une conique
	les axes de symétrie d'une conique
	les sommets d'une conique
Chercher	les lieux des sommets d'une conique

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition de :
   a) Direction principale
   b) Sommet d'une conique
2) Écrire l'équation du diamètre de l'hyperbole $xy = 16$ coupant en leur milieu des cordes parallèles à la droite d'équation $3x + 2y + 2 = 0$.
3) Déterminer le point de rencontre des axes de symétrie de la conique d'équation $5y^2 – 4xy + 2x^2 + 5y – x – 4 = 0$
4) Trouver les coordonnées des sommets de la courbe d'équation : $2x^2 + 4xy – y^2 – 2y + 2x – 1 = 0$.

(2) Situation similaire à traiter :

Dans un livre de mathématiques, il est affirmé ce qui suit : « Selon la valeur qui est accordée à $\boldsymbol{k}$, la famille des coniques $x\,y – x – ky = 0$ possède un sommet ».
Ne voyant pas de quoi il est question, l'élève MADI ramène cette citation dans sa salle de classe.

Aide ces élèves à :

a) Retrouver le lieu des sommets de cette famille des courbes.
b) Déterminer le sommet de la courbe de k = 2.

MM6.24 : SIMILITUDES PLANES

A. Savoirs essentiels :

- Similitudes planes
- Similitudes planes par les nombres complexes

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Similitudes planes », « Similitudes planes par les nombres complexes ».

C. Exemple de situation :

À la fin d'une séquence didactique sur la notion de similitude, l'enseignant remet un travail à domicile à ses élèves de 4ème année des humanités scientifiques : il s'agit de donner la nature de la transformation f du plan complexe qui, à z associe $\boldsymbol{z'} = (-\mathbf{2}+\boldsymbol{i})\boldsymbol{z}+\mathbf{1}+\mathbf{2}\boldsymbol{i}$, et de préciser les éléments caractéristiques de cette transformation.
Sur le champ, une discussion est engagée entre les élèves Grâcela et Emmanuel : la première dit que la transformation est une similitude directe, alors que pour le second, la transformation n'est même pas une similitude.
Départage Grâcela et Emmanuel en répondant à la préoccupation de l'enseignant.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une similitude
Préciser	la nature d'une similitude (directe ou indirecte)
Énoncer	les propriétés des similitudes
Exprimer	analytiquement une similitude directe ou indirecte du plan réel ou complexe
Déterminer	les éléments caractéristiques (centre, rapport, argument) d'une similitude
Appliquer	les notions de similitude plane au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition d'une similitude.

2) Différencier une similitude directe d'une similitude indirecte du plan réel
3) Identifier et caractériser la transformation du plan réel définie par :

a) $\begin{cases} x' = x - y\sqrt{3} \\ y' = x\sqrt{3} + y \end{cases}$ b) $z' = f(z) = (-2+i)z + 1 + 3i$c) $z' = f(z) = i\,\bar{z} - 1 + i$

(2) Situation similaire à traiter :

Expliquer à l'élève Mirany qui éprouve quelques difficultés sur la notion de similitude dans le plan complexe, comment passer de l'expression analytique d'une similitude du plan réel à celle d'une similitude du plan complexe.

MM6.25 : PLANS DANS L'ESPACE

A. Savoirs essentiels :

- Équations vectorielles des plans dans l'espace
- Équations paramétriques des plans dans l'espace
- Équations cartésiennes des plans dans l'espace

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Équations vectorielles des plans dans l'espace », « Équations paramétriques des plans dans l'espace », « Équations cartésiennes des plans dans l'espace».

C. Exemple de situation

Au Centre St Gérard à Kola, la communication pose problème à cause des réseaux. Les plaintes des pensionnaires ont poussé la Sœur responsable du Centre à négocier auprès de Vodacom, Airtel et Africell pour installer trois antennes à des endroits différents dans les environs du Centre. Calculer de trois manières différentes les équations du plan défini par les positions de ces antennes par rapport au Centre, en choisissant un référentiel.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Établir	l'équation vectorielle d'un plan passant par un point donné
	les équations paramétriques d'un plan à partir de l'équation vectorielle du plan
	l'équation cartésienne d'un plan
Définir	l'équation d'un plan passant par trois points non alignés de l'espace
	l'équation d'un plan en fonction d'un vecteur normal
	l'équation d'un plan défini par les coordonnées à l'origine
Citer	quelques cas des plans particuliers
Énoncer	les conditions de parallélisme de deux plans
	les conditions de perpendicularité de deux plans
Normaliser	l'équation d'un plan

Calculer	la distance d'un point à un plan
Établir	la formule de la distance de deux plans parallèles

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Calculer la distance du point P (7, 3, 4) au plan : $6x - 3y + 2z - 13 = 0$
2) Écrire l'équation du plan passant par $I(2,1,3)$; $J(-1,-2,4)$ et $K(4,2,1)$.

(2) Situation similaire à traiter

Déterminer la distance entre les plans parallèles d'équations respectives

$3x + 2y - 2z + 12 = 0$ et $3x + 2y - 6z - 1 = 0$.

MM6.26 : DROITES DE L'ESPACE

A. Savoirs essentiels :

- Équations vectorielles des droites dans l'espace
- Équations paramétriques des droites dans l'espace
- Équations cartésiennes des droites dans l'espace

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Équations vectorielles des droites dans l'espace », « Équations paramétriques des droites dans l'espace », « Équations cartésiennes des droites dans l'espace ».

C. Exemple de situation :

Lors d'une séance de démonstration de judo, un judoka d'une école exécute un double mouvement des bras en un instant donné. En quelques secondes, les deux bras balayent l'espace horizontalement, décrivant ainsi un plan. Ensuite, le bras droit seul balaye verticalement l'espace, décrivant un plan vertical.
Il est proposé un repère attaché au corps du judoka, tel que :

- L'origine des axes O coïncide avec le nombril du judoka ;
- Les trois axes OX, OY et OZ sont respectivement dirigés de derrière vers le devant, de gauche vers la droite et des pieds vers la tête du judoka.

Aide les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques de cette école à établir les équations paramétriques de la droite d'intersection des deux plans ainsi déterminés.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de la droite vectorielle de vecteur directeur donné et passant par un point donné
Établir	les équations paramétriques de la droite vectorielle de vecteur directeur donné et passant par un point donné
	les équations cartésiennes de la droite vectorielle de vecteur directeur donné et passant par un point donné

	l'équation de la droite vectorielle définie par celles de vecteur directeur donné	
	les équations d'une droite passant par deux points et de vecteur directeur donné	
Déterminer	l'angle	de deux droites
		d'une droite et d'un plan
Calculer	la distance d'un point à une droite	
Appliquer	l' (les) équation (s) d'une droite à l'exemple de situation ci-dessus	

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition de la droite vectorielle de vecteur directeur donné et passant par un point donné de l'espace.
2) Établir les équations d'une droite passant par deux points donnés de l'espace.
3) Trouver la distance du point A (1, 2, 3) à la droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \qquad o\text{ù } \lambda \epsilon \boldsymbol{R} \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$$

(2) Situation similaire à traiter :

Pour soutenir le plafond de son salon dont le corps est parallélépipédique, le père d'EMMA-EMMA place une colonne en son centre. Appelé aussi « le Géomètre », par ses condisciples de la 4ème année des humanités scientifiques, EMMA-EMMA constate que la colonne est placée juste à l'intersection de deux plans bissecteurs des quatre murs. Il se pose alors la question de savoir quelles seraient les équations paramétriques de cette colonne (considérée comme droite d'intersection) dans le repère orthogonal $(0; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ formé par les droites d'intersection des plans du pavement et les deux murs d'un coin quelconque du salon.
Avec EMMA-EMMA, calcule ces équations paramétriques.

MM6.27 : RABATTEMENT

A. Savoirs essentiels :

- Notions sur le rabattement
- Méthodes de rabattement

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l’élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions sur le rabattement », « Méthodes de rabattement ».

C. Exemple de situation

Un panneau publicitaire s’est incliné sur le côté à la suite d’une forte pluie. LOBIKO est sous le panneau. Mais, malgré toutes les positions qu’il occupe, il ne parvient pas à y identifier l’image de la publicité et à y lire les écrits.
Aide-la à trouver des positions appropriées du panneau pour que LOBIKO puisse bien identifier l’image et lire les écrits.

D. Activités

<table>
<tr><th>Actions (de l’élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l’élève)</th></tr>
<tr><td>Décrire</td><td colspan="2">le comportement d’un point, d’une droite et d’une figure d’un plan lors d’un rabattement sur un autre plan</td></tr>
<tr><td>Caractériser</td><td colspan="2">la droite d’intersection du plan à rabattre avec le plan de repère</td></tr>
<tr><td>Énoncer</td><td colspan="2">la condition suffisante pour rabattre une droite ou un plan</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Représenter</td><td rowspan="3">les projections, après rabattement,</td><td>d’un point</td></tr>
<tr><td>d’une droite</td></tr>
<tr><td>d’un plan</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Utiliser</td><td rowspan="3">pour rabattre un polygone, la méthode</td><td>de rabattement par points</td></tr>
<tr><td>des droites sécantes</td></tr>
<tr><td>des droites parallèles</td></tr>
</table>

E. Évaluation

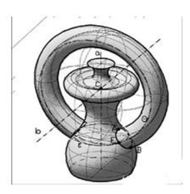
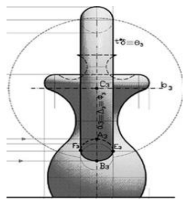
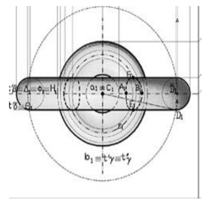
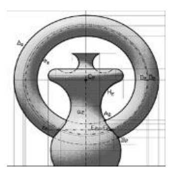
(1) Exemples d’items

1) Quel est l’objectif visé dans le rabattement sur un plan frontal de projection?
2) Dans un rabattement, qu’appelle-t-on point fixe?

3) A quel moment est-il conseillé d’utiliser la méthode des droites parallèles?

(2) Situation similaire à traiter

L’élève KIKU se trouve devant quatre représentations différentes d’un même objet, telles que dessinées ci-dessous. Aide-le à identifier la représentation qui montre l’objet en vraie grandeur tout en justifiant ce choix.

MM6.28 : RELEVEMENT DES FIGURES PLANES

A. Savoir essentiel :

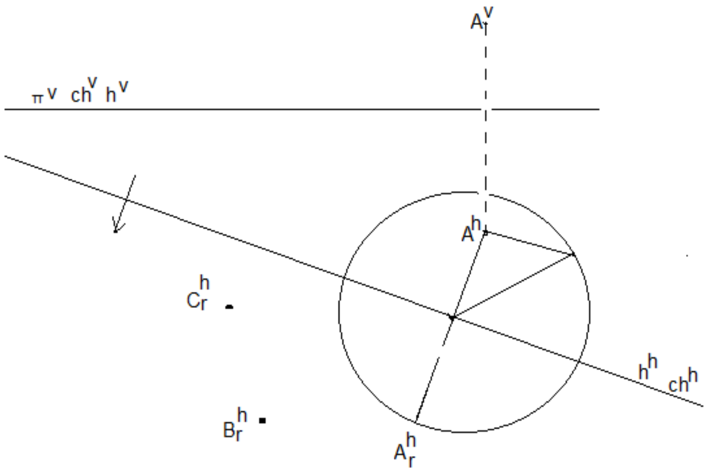
Relèvement

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Relèvement ».

C. Exemple de situation

L'épure ci-dessous représente le plan $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{A}, \boldsymbol{h})$ rabattu sur le plan horizontal $\boldsymbol{\pi}$ contenant la droite horizontale h.
$\boldsymbol{B_r^h}$ et $\boldsymbol{C_r^h}$ sont les projections horizontales respectivement des points B et C du plan $\boldsymbol{\alpha}$ après le rabattement du plan $\boldsymbol{\alpha}$ sur le plan $\boldsymbol{\pi}$.



Un enseignant de Géométrie Descriptive demande à ses élèves de retrouver les points B et C en utilisant le point A donné.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	le mouvement d'un point du plan lors du rabattement sur un plan horizontal ou frontal

Rabattre	les points d'un plan donné connaissant le rabattement d'un point de base sur un plan horizontal ou frontal
Relever	les points d'un plan dont on connaît les rabattements à partir d'un point de base du plan rabattu sur un plan horizontal ou frontal
Utiliser	le relèvement pour résoudre certains problèmes qui se posent dans certaines épures

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Donner le mouvement d'un point A d'un plan $\boldsymbol{\alpha}$ lors du rabattement du plan $\boldsymbol{\alpha}$ sur : a) Un plan frontal
   b) Un plan horizontal
2) En quoi consiste le relèvement d'un plan rabattu?

(2) Situation similaire à traiter

Construire dans le plan (P, ch) donné, un hexagone régulier de 35 mm de côté, de centre O et dont un côté est parallèle à une horizontale du plan (P, ch).

Cadre : 180 x 270

$$\begin{cases} \mathrm{P^h}\ (51,144) \\ P^v(51,204) \end{cases} \begin{cases} \mathrm{ch^h}(0,137);(180,60) \\ ch^v(-,161) \end{cases} O_r^h(77,51)$$

MM6.29: ROTATION

A. Savoirs essentiels :

- Notions sur la rotation
- Rotation d'un point

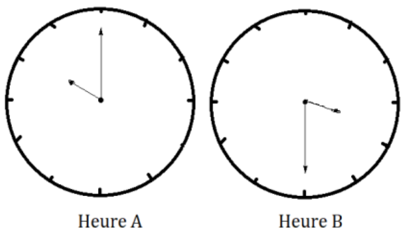
B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Rotation d'un plan».

C. Exemple de situation

Pour introduire sa séquence didactique, un enseignant de la 4ème année des humanités scientifiques demande à ses élèves de régler l'heure A d'une horloge pour passer à l'heure B. Il leur pose ensuite les questions suivantes :

1) Comment appelle-t-on le déplacement géométrique de chacune des aiguilles de l'horloge ?
2) Quelle figure géométrique obtient – on avec les traces de chacun des bouts des aiguilles ? Que constitue pour cette figure l'origine des aiguilles ?
3) De combien de manières peut-on tourner chacune des aiguilles de la position Heure A pour l'amener à la position Heure B ?



D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une rotation; d'un plan de mouvement dans une rotation; de l'axe de rotation
Donner	la nature d'un axe de rotation
Énumérer	les éléments qui caractérisent une rotation
Déterminer	la nature du plan de mouvement d'un point lors de la rotation de ce point autour d'un axe de bout ou

Représenter	les nouvelles projections d'un point après la rotation du point autour d'un axe de bout ou vertical,

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Restituer la définition d'une rotation, d'un axe de rotation.
2) Donner la nature du plan de mouvement lorsqu'on effectue une rotation autour :
   a) D'un axe de bout
   b) D'un axe vertical.
3) Quels sont les éléments caractéristiques d'une rotation ?

(2) Situation similaire à traiter

Donner les nouvelles projections du point A après une rotation de ce dernier d'une amplitude de 90° autour de l'axe x de bout et dans le sens rétrograde.

MM6.30 : ROTATION D’UNE DROITE

A. Savoir essentiel :

Rotation d’une droite

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l’élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Rotation d’une droite ».

C. Exemple de situation :

Lors d’un défilé, un militaire, placé devant les autres, jongle avec un long bâton blanc qu’il fait tourner autour de ses doigts. Tantôt, il le garde horizontalement, puis le lance verticalement pour le rattraper adroitement.

MUYIKWA, élève de la $4^{ème}$ année des H.SC, est intéressé par les différentes positions qu’occupe le bâton.

Aide-le à déterminer les axes de rotation ainsi que les amplitudes des angles à former pour qu’une droite représentant le bâton passe d’une position quelconque à une position verticale.

D. Activités :

<table>
<tr><th>Actions (de l’élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l’élève)</th></tr>
<tr><td>Déterminer</td><td colspan="2">les éléments caractéristiques d’une rotation</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Exécuter</td><td rowspan="2">l’épure de la rotation</td><td>d’un point</td></tr>
<tr><td>d’une droite</td></tr>
<tr><td>Établir</td><td colspan="2">les propriétés d’une rotation</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Amener</td><td rowspan="3">par rotation</td><td>une droite quelconque à être parallèle à un plan de projection</td></tr>
<tr><td>une droite parallèle à un plan de projection à être perpendiculaire à l’autre plan de projection</td></tr>
<tr><td>une droite quelconque à être perpendiculaire à un plan de projection</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Est-il possible de rendre de bout une droite quelconque par une seule rotation ?
2) Quelle est la nature de l'axe de rotation pour amener :
   - Une droite quelconque à être horizontale ?
   - Une droite horizontale à être de bout ?

(2) Situation similaire à traiter :

Une entreprise de vente de bois abat deux arbres. La tronçonneuse a réussi à couper un des arbres qui, en tombant a décrit un angle de 90° avant de se retrouver au sol. Le deuxième arbre ne s'est incliné que de 35° vers la gauche, accroché à une branche d'un autre arbre.

Représente sur deux épures les différentes projections des arbres tombés, si ceux-ci sont représentés par des droites, la section vue comme un point étant le centre de rotation.

MM6.31 : ROTATION D'UN PLAN

A. Savoir essentiel :

Rotation d'un plan

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Rotation d'un plan».

C. Exemple de situation

Les élèves de la 4ème année des humanités scientifiques de l'Institut WUBA de BAGATA dans la province de KWILU maîtrisent parfaitement en géométrie descriptive :

- La rotation d'un point autour d'un axe ;
- La rotation d'une droite, avec les problèmes qui s'y réfèrent.

En outre, ils savent qu'un plan peut être défini par deux droites parallèles ou sécantes, par trois points non alignés ou par une droite et un point hors de la droite.
Aide ces élèves à exécuter la rotation d'un plan quelconque autour d'un axe de bout ou vertical.

D. Activités

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">le procédé de la rotation :
- d'un point autour d'un axe de bout ou vertical
- d'une droite autour d'un axe de bout ou vertical</td></tr>
<tr><td>Rabattre</td><td colspan="2">un plan quelconque sur un plan frontal ou vertical</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Rendre</td><td rowspan="4">par rotation</td><td>un plan quelconque à être de bout ou vertical</td></tr>
<tr><td>un plan de bout à être horizontal</td></tr>
<tr><td>un plan vertical à être frontal</td></tr>
<tr><td>un plan quelconque à être horizontal ou frontal</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Déterminer la nature de l'axe de rotation pour amener :
   - un plan quelconque à être de bout
   - un plan quelconque à être vertical
   - un plan de bout à être horizontal
2) Donner le procédé à suivre pour amener un plan quelconque à être frontal.
3) Quelle est l'amplitude de rotation pour rendre horizontal ou frontal un plan de profil ?

(2) Situation similaire à traiter

On donne un dièdre $\begin{cases}(a, M)\\(a, N)\end{cases}$

On demande d'en déterminer l'angle.

Cadre : 180 x 280 mm

$a^v\begin{cases}(0,100)\\(180,221)\end{cases}$ $a^h\begin{cases}(0,153)\\(153,0)\end{cases}$ $M\begin{cases}M^v(119,213)\\M^h(119,85)\end{cases}$ N $\begin{cases}N^v(60,187)\\N^h(60,34)\end{cases}$

BIBLIOGRAPHIE

A. Documents généraux de référence

1) Allal, L. (1999). Acquisition et évaluation des compétences en situation scolaire*, Raison Éducative*, (2)1-2, 77- 93.
2) Antoun, Z. (2017). Analyse de situations-problèmes en algèbre, proposées dans un manuel du Québec*, Bulletin de l'association des mathématiciens du Québec*, (AMQ), (42)2, 68 – 70.
1) Artigue, M. (1988), *Ingénierie didactique*, *Recherches en Didactique-des Mathématiques.*
3) Astolfi, J.-P. (1993). Obstacles et construction de situation didactiques en sciences expérimentales, *Revue Aster*, (16), 104 – 141.
4) Bloom, B.S. (1973). Recent development in mastery learning. *Educational Psychologist*, (10), 204-221.
5) Braslavsky, C. (2001). *Tendances mondiales et développement des curricula*. Bruxelles : Conférence Association francophone d'éducation comparée (AFEC), Colloque international, 9 – 12 mai 2001.
6) Brousseau, G. (1986), *Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques*, n°7.2, Grenoble : la Pensée sauvage, p.66.
7) Bureau international de l'éducation (BIE). (2013a). *L'apprentissage pour l'éducation et le développement post 2015.* Genève : BIE-UNESCO.
8) Bureau international de l'éducation (BIE). (2013b). *Outils de formation pour le développement du curriculum, banque de ressources*. Genève : BIE-UNESCO.
9) Cerquetti-Arberkane F.(1992),*Enseigner les mathématiques à l'école* Paris, Hachette.
10) Chevallard Y. , Johsua M.- A.(1991), *La transposition : du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La pensée sauvage.
11) Chevallard Y.(1985 – 1991) , *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*(2è éd.) , Grenoble , La Pensée sauvage.
12) Depover et Jonnaert, (2014). *Quelle cohérence pour l'éducation en Afrique. Des politiques au curriculum. Hommage à Louis D'Hainaut.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
13) Depover, C. et Noël, B. (2005). *Le curriculum et ses logiques*. Paris : L'Harmattan.
14) Fabre, M. et Vellas, É. (2006). *Situations de formation et problématisation.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
15) Guidoni P.(1988), *Contrat didactique et connaissances , Interactions Didactiques* , Université de Neuchâtel.

16) Halte, J.F. (1998), *L'espace didactique et la transposition didactique*. Pratiques.
17) Huberman, M. (dir.), (1998). Assurer la réussite des apprentissages? Les propositions de la pédagogie de la maîtrise. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
18) Institut de statistique de l'UNESCO (ISU), (2013). *Classification internationale type de l'éducation (CITÉ)*. Montréal : ISU – UNESCO.
19) Jonnaert, Ph. (2009). *Compétence et socioconstructivisme : un cadre théorique*. Bruxelles : De Boeck Supérieur, (2ème édition, 1ère édition 2002).
20) Jonnaert, Ph. et Laurin, S. (2001), *Les didactiques des Disciplines un débat contemporain*, Quebec, PUQ .
21) Jonnaert, Ph., Depover, C., Malu, R. (2020). *Curriculum et situations. Un cadre méthodologique pour le développement des programmes éducatifs.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
22) Jonnaert, Ph., Vander, B. Cécile (1999), *Créer les conditions d'apprentissage : un cadre de formation pour la formation didactique des enseignants*, Bruxelles, De Boeck-université .
23) Mottier-Lopez, L. (2008). *Apprentissage situé. La micro culture de la classe.* Berne : Peter Lang.
24) UNICEF, 2017, *Réimaginer l'éducation aux compétences de vie et à la citoyenneté au Moyen-Orient et en Afrique du Nord*

25) Ouvrages et manuels consultés

1) CARGO (2015). Collection des mathématiques 2ème, Italie, Hachette.
2) Mas, A. Galaup & collègues (2016). *Mathématiques 2ème scientifique*, Italie, Edicef.
3) Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
4) Robert, A. (1988), *Une introduction à la didactique des mathématiques* (à l'usage des enseignants), Cahier de didactique de mathématiques, N°50, Université de Paris, IREM.
5) Salette, P. Babin, M. (2001). *Mathématiques seconde professionnelle et terminale*, Paris, Ed. Delagrave.
6) Sarrazi, B.(1995) , *Contrat didactique* , Revue Française et de Pédagogique ; n° Une introduction à 112 , Page 2 sur 23 .
7) Schubeaur – Leoni M. – L. , (1986) *Le Contrat didactique : un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés les élèves en Mathématiques* ; Journal Européen de psychologie de l'éducation , n° spécial , vol. , 1,2, p. 139 – 153.
8) Vergnaud, G. (1983), Rapport Carraz, *Recherches en éducation et socialisation de l'enfant* , Paris ,La Documentation française , pp. 85 – 86 .

9) Vergnaud, G. (1996). *La théorie des champs conceptuels*, in J., Brun, (dir.). Didactique des mathématiques, (p. 196 – 242). Paris : Seuil.
10) Von Glasersfeld, E. (2004). Questions et réponses au sujet du constructivisme radical, in Ph. Jonnaert et D., Masciotra (dir.). *Constructivisme, choix contemporains. Hommage à Ernst von Glasesrsfeld*, (p. 291 – 317). Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec (Qc).

C) Webographie

1) Arithmétique des polynômes. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwj744CK0abyAhXfQEEAHV59C6kQwqsBegQICBAB&url=https%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DdDKI3jkMjfw&usg=AOvVaw1jlvFRnDJHldoqJUkB0R1c (consulté en 2019)
2) Bodin A. Intégrales. http://exo7.emath.fr/cours/ch_int.pdf (consulté en 2019)
3) Bureau International de l'Éducation (BIE), Chaire UNESCO de Développement curriculaire (CUDC), (2005) ; Guide pour l'élaboration d'un programme éducatif dans la perspective de développement de compétences par les apprenantes et les apprenants, UNESCO, Genève. Site : http://www.cudc.uqam.ca (consulté en 2019)
4) Chemak H. FONCTION EXPONENTIELLE ET FONCTION LOGARITHME, https://www.youtube.com/watch?v=-80W2M5U0UQ (consulté en 2019)
5) École d'Architecture de Nancy. GÉOMETRIE DESCRIPTIVE. Cours de deuxième année. http://archi.ensam.free.fr/CoursGeometrieDescriptiveNancy.pdf (consulté en 2019)
6) Géométrie analytique dans l 'espace, exercices avec corrigés https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/index.html (consulté en 2019)
7) jaicompris Maths. Nombre complexe : résumé du cours - Module Argument Équation Forme exponentielle Trigonométrique. https://www.youtube.com/watch?v=cIzZu0gAfV8 (consulté en 2019)
8) matheux.ovh. Coniques, Résolution algébrique. Réduction. Eléments de symétries. Diamètres. Foyers. Sommets. Coordonnées homogènes. Tangentes. Normales. Faisceaux. Détermination des coniques. http://matheux.ovh/Versions/FIGAP001.pdf (consulté en 2019)
9) Monka Y. LE COURS : Les nombres complexes - Terminale - Maths expertes. https://www.youtube.com/watch?v=ABo2m52oEYw (consulté

en 2019)
10) Monka Y. Les bases de l'analyse combinatoire. https://www.youtube.com/watch?v=VVY4K-OT4FI (consulté en 2019)
11) Perrut A. Cours de probabilités et statistiques. http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/PolyTunis_A_Perrut.pdf (consulté en 2019)
1) Pierron Théo, ENS Ker Lann. Anneaux et arithmétique. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjClM_XzqbyAhURoVwKHehlCpAQFnoECAwQAQ&url=http%3A%2F%2Fperso.eleves.ens-rennes.fr%2F~tpier758%2Fcours%2Fanar.pdf&usg=AOvVaw0GhE4bkcNfn8fErxI0A0On. (consulté en 2019)
2) Theys, L. et Mary, C. (2013). Les décalages entre l'activité potentielle et celle attendue par l'enseignant qui soumet un problème à ses élèves : quels effets possibles sur l'apprentissage ? http://dx.doi.org/10.1080/14926156.2013.816390