REPUBLIQUE DEMOCRATIQUE DU CONGO
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE, SECONDAIRE ET TECHNIQUE

Secrétariat Général
Direction des Programmes Scolaires
et Matériel Didactique

Programme éducatif

du Domaine d'Apprentissage des Sciences

Classe de 3ème année
des Humanités Scientifiques

Sous-Domaine d'Apprentissage :

Mathématique

1ère édition

Kinshasa 2021

Conception et réalisation : **Équipe Technique du Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire**

Ce programme a été conçu avec le soutien de* « LA BANQUE MONDIALE »*.

PREFACE

La République Démocratique du Congo a entrepris la réforme de son système éducatif, concrétisée par la production des programmes innovés dans le Domaine d'Apprentissage des Sciences (DAS).

Ces programmes sont conçus dans le souci d'amener les apprenants à construire leurs propres connaissances afin d'être utiles à la société après leur cursus scolaire.

Le programme de 3ème année des humanités scientifique est centré sur la mise en activité des élèves par le traitement des situations qui ont un sens pour eux et qui font appel à des savoirs essentiels pour aboutir au développement des compétences.

Nous ne pouvons à notre niveau que remercier et féliciter cette Équipe d'Experts pour le travail de titan abattu et dont les bénéficiaires récolteront les précieux fruits.

Le Ministre de l'Enseignement
Primaire, Secondaire et Technique

REMERCIEMENTS

Après la rédaction des programmes du Domaine d'Apprentissage des Sciences (DAS) pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTÉB)et les classes de 1ère et de 2ème années des Humanités Scientifiques, l'Équipe Technique de la Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique a produit le nouveau programme de 3ème année des Humanités Scientifiques.

C'est ici le lieu de remercier les institutions et les acteurs qui ont contribué à la réussite de cette réforme, à savoir :

- *le Gouvernement de la République pour sa volonté politique d'initier cette réforme.*
- *la Banque Mondiale pour son appui financier au '' Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire (PEQPESU)''.*
- *le Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Technique pour la partie administrative et de la stratégie de la réforme.*
- *le Staff dirigeant du Projet PEQPESU :*
    - *Monsieur NLANDU MABULA KINKELA, Directeur-Chef de Service des Programmes Scolaires et Matériel Didactique, Superviseur général de l'Équipe Technique,*
    - *Madame Raïssa MALU, Chef de l'Unité Technique d'Appui (UTA),*
    - *Monsieur IBUTCH KADIHULA Valère, Superviseur second de l'Équipe Technique,*
    - *Professeur Philippe Jonnaert, Titulaire honoraire de la Chaire UNESCO pour le développement curriculaire à l'Université du Québec à Montréal (Canada), Formateur et Encadreur de l'Équipe Technique.*
    - *Les Experts de l'Équipe Technique, producteurs des programmes éducatifs rénovés*
        - *NSIALA MPASI Simon*
        - *NKONGOLO KAHAMBU Victor*
        - *KABAKABA TWA BATWA Longin*
        - *NGOYI KABUNDI Rombaut*
        - *MBUYAMBA KAYOLA Sylvain*
        - *SALA WIKHA Hilarion*
        - *MBUYAMBA TSHIUNZA Roger*
        - *SUMBI MAVITA Zéphyrin*
        - *KATSUNGA MUSA Ford*
        - *KALAMBAYI KABEYA Smoon*

- *KASONGA KAYEMBE Max*
- *SIOSIO KIERE Patrick*
- *KILUBUKA MUTU Huguette*
- *TSHILANDA A MAHULA Bernard*
- *BANZA KASONGO Pierre*
- *MALIANI KAWAYA Jeff*
- *MIHALO LENGE MWANA Hubert*
- *TSHIMANGA TSHAMALA Jean*
- *MUTI TUMINAR Nestor*
- *PHAKA NGIMBI Jacques*
- *MAMBA KALENGULA Médard*
- *MBUYI MAKENGA Lucie*
- *MUYIKUA DANA Thely*

- *Les institutions et services : Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique, Service National de Formation, Inspections Principales Provinciales des Provinces ciblées, Université Pédagogique Nationale (UPN), de l'ISP/GOMBE et de certaines écoles secondaires de Kinshasa.*

La République leur présente ses sincères remerciements.

SIGLES

C.S	: Complexe Scolaire
CTÉB	: Cycle Terminal de l'Éducation de Base
CUDC	: Chaire UNESCO de développement curriculaire
DAS	: Domaine d'apprentissage des sciences
DIPROMAD	: Direction des Programmes Scolaires et Matériel Didactique
EB	: Éducation de Base
EDAP	: École d'Application
EPT	: Éducation Pour Tous
FC	: Franc Congolais
LINAFOOT	: Ligue Nationale de Football
MEPSP	: Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Professionnel
MM	: Matrice de Mathématiques
Mo	: Méga Octet
PEn	: Profil d'Entrée
PEQPESU	: Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire
PS	: Profil de Sortie
RDC	: République Démocratique du Congo
SD	: Sous-domaine
SE	: Savoir essentiel
SERNAFOR	: Service National de la Formation
SPTIC	: Sciences Physiques et Technologie de l'Information et de la communication
SSE	: Socle de savoirs essentiels
SVT	: Sciences de la Vie et de la Terre
TIC	: Technologie de l'Information et de la Communication
TP	: Travaux Pratiques
UQAM	: Université du Québec à Montréal
UTEXCO	: Usine Textile au Congo

SYMBOLES ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES

≥ : supérieur à (supérieur ou égal à)
≤ : inférieur à (inférieur ou égal à)
$<$: strictement inférieur à
$>$: strictement supérieur à
≡ : équivaut à, confondu à, identique à
$(^{-})$: non
$\pm$: plus ou moins
$\neq$: différent de
$\wedge$: conjonction « et »
$\vee$: disjonction inclusive « ou »
W : disjonction exclusive « ou »
E_V ou E_P: ensemble de vérité ou sous-ensemble associé à p
∀ : pour tout, quel que soit
∑ : somme de
Δ : discriminant, ou réalisant
σ : écart-type
$\bar{x}$: moyenne arithmétique
$\overrightarrow{AB}$: vecteur AB
$\overline{AB}$: mesure algébrique de $\overrightarrow{AB}$
⇒ : implication
⟺ : double implication ou équivalence
R : l'ensemble des nombres réels
Q : l'ensemble des nombres rationnels
N : l'ensemble des nombres naturels
$\boldsymbol{N}^{*}\ ou\ \boldsymbol{N}-\{\boldsymbol{0}\}$: l'ensemble des nombres naturels non nuls
C_n^p : Nombre de combinaisons de n éléments pris p à p
A_n^p : Nombre d'arrangements de n éléments pris p à p
P_n : Nombre de permutations de n éléments
$\log_a N$: logarithme de N dans la base a
log N : logarithme décimal de N ou logarithme de N dans la base 10
ln a ou Log a : logarithme népérien de a
U_n : nième terme d'une suite
$\sin\alpha$: sinus de l'angle α
$\cos\alpha$: cosinus de l'angle α
$tg\alpha$: tangente de l'angle α
$cotg\alpha$: cotangente de l'angle α

TABLE DES MATIÈRES

PARTIE I : TEXTES INTRODUCTIFS

I. INTRODUCTION

La République Démocratique du Congo s'est résolument engagée dans la voie de la modernisation de son système éducatif et d'une manière particulière, dans la production des programmes éducatifs modernisés du Domaine d'Apprentissage des sciences (DAS) au Cycle Terminal de l'Éduction de Base et des Humanités Scientifiques. L'Éducation de Base constitue le socle commun qui oriente toutes les études ultérieures. Elle poursuit l'Objectif de Développement Durable n°4 (ODD4) selon lequel tous les enfants avec leurs spécificités doivent s'intégrer dans une école ouverte et inclusive.

Au terme de huit années de scolarité obligatoire et gratuite de l'Éducation de Base, conformément à la Loi-cadre n ° 14/004 du 11 février 2014 de l'Enseignement National, les enfants sont capables de s'intégrer dans la vie active de la communauté et disposent des outils et des connaissances pour ce faire ou sont suffisamment formés pour continuer avec succès un cursus scolaire.

Cela suppose aussi une réforme curriculaire structurelle en profondeur qui assure la cohérence entre les différents niveaux d'apprentissage en élaborant un curriculum de manière holistique. L'Éducation de Base devient ainsi le pilier du système éducatif congolais, un socle commun sur lequel les niveaux post Éducation de Base doivent s'appuyer.

Ainsi, depuis septembre 2016, l'Équipe Technique du Projet d'Éducation pour la Qualité et la Pertinence des Enseignements aux niveaux Secondaire et Universitaire, sous la direction d'un Consultant International, s'est attelé inlassablement à la rédaction des programmes innovés du Domaine d'Apprentissage des Sciences pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base et pour les Humanités Scientifiques.

Tous les Programmes Éducatifs du Domaine d'Apprentissage des sciences accompagnés de leurs Guides en Appui, tant pour le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTEB) que pour les Humanités Scientifiques sont rédigés, expérimentés, validés et généralisés dans toutes les écoles de la République.

Les nouveaux Programmes ainsi produits fondent leur enseignement-apprentissage sur une nouvelle approche didactique des mathématiques et des sciences qui fait des élèves des acteurs sociaux autonomes, cultivés et ingénieux, des acteurs compétents dans des situations variées.

Les savoirs scientifiques procurent une certaine autonomie, une certaine capacité de communiquer, une certaine maîtrise face à des situations concrètes.

Les mathématiques et les sciences apprises aux humanités sont utiles à chacun pour gérer sa vie quotidienne, pour accéder à un emploi et l'exercer ou pour aborder des études supérieures, sans oublier la formation qu'il lui faudra de plus en plus poursuivre au cours de la vie adulte. Elles fournissent aux apprenants un exemple d'expression concise, exempte d'ambiguïté, susceptible de leur apprendre à penser logiquement, à être précis, à avoir une compréhension spatiale.

Du point de vue de leur structure, tous les programmes éducatifs du Domaine d'Apprentissage des Sciences comportent les mêmes éléments :

- **une introduction** qui situe le cadre général de la réforme de ces programmes du DAS aux humanités scientifiques;
- **un profil d'entrée** qui détermine les préalables que doit réunir l'élève avant d'entamer la classe concernée;
- **un profil de sortie** qui définit les compétences que l'élève a développées à l'issue de ses apprentissages scolaire ;
- **des compétences de vie courante** que l' élève doit développer lors des apprentissages en vue de leur utilisation dans la vie pratique;
- **une liste de savoirs essentiels** que l'enseignant opérationnalise afin d'aider l'élève à construire, dans de bonnes conditions, les connaissances au cours d'un apprentissage scientifique solide. Cette liste de savoirs essentiels, conçue selon les standards internationaux, tient compte du volume horaire prescrit par le régime pédagogique ;
- **une banque de situations** qui organise en grandes catégories, les familles de situations illustrées de façon synthétique par des exemples de situations. Une banque de situations permet à l'enseignant de trouver les éléments nécessaires à la contextualisation des contenus des apprentissages scolaires dans des situations concrètes ;
- **des matrices** qui sont des cadres bien structurés pour le traitement compétent des situations. Elles comportent des éléments ci-après :
  - un code et un titre;
  - un ou plusieurs savoirs essentiels;
  - une compétence : chaque activité est reliée à une compétence que l'élève devra développer ; l'élève construit des connaissances et développe des compétences à travers ses actions en situation;
  - un exemple de situation : chaque compétence est suivie d'un exemple de situation dans laquelle l'élève devra être actif pour

développer progressivement la compétence à travers le traitement qu'il effectue de la situation;

- un tableau de spécification décrivant le traitement que l'élève doit réaliser de la situation présentée;
  Deux dimensions sont prises en compte : les actions de l'élève et les contenus sur lesquels portent ces actions.
- une évaluation : des exemples d'items sont proposés aux élèves pour vérifier la maîtrise de nouveaux savoirs essentiels leur proposés. En outre, il est suggéré le traitement d'une situation similaire pour vérifier l'acquisition de la compétence par le traitement des situations de la même famille.

II. APPROCHE PAR LES SITUATIONS

2.1 La construction d'une compétence par les élèves

D'une manière générale, un élève, comme toute personne, construit ses compétences en traitant des situations.

Par exemple, ce matin, chacun a été confronté à la situation de devoir arriver à temps à l'école. Il a fallu partir à temps du domicile, utiliser le moyen de transport approprié en fonction de la distance à parcourir, choisir un itinéraire en fonction de différents paramètres : le trafic, l'état de la route, la pluie à certaines périodes … Finalement, c'est parce qu'il a traité efficacement cette situation que tel élève est arrivé à temps à l'école. Et c'est parce qu'il a bien géré cette situation qu'il peut être déclaré compétent face à ce type de situations.

Pour que les élèves développent réellement des compétences en sciences, le programme leur propose de nombreuses situations à traiter. Ces situations sont présentées dans une *banque de situations* qui les organise en grandes catégories, les familles de situations. Pour chacune de ces familles de situations, des exemples sont proposés. Dès lors, les compétences nommées dans le programme sont élaborées en fonction des situations à traiter.

C'est en ce sens, que l'approche développée dans le programme est centrée sur des situations pour que l'élève développe des compétences : c'est une *approche par les situations comme moyen pour s'assurer du développement de compétences par les élèves*.

2.2 Les savoirs essentiels

Pour développer des compétences, l'élève doit s'appuyer sur différentes *ressources*. Une ressource est un moyen qu'il utilise pour traiter une situation.

Par exemple, afin de partir de la maison pour arriver à temps à l'école, l'élève doit pouvoir lire l'heure. « Lire l'heure » est une ressource qu'il utilise pour traiter cette situation.

Dans un contexte scolaire, les situations suggérées doivent permettre aux élèves d'utiliser des ressources qui relèvent des savoirs essentiels des disciplines.

Par exemple pour traiter une situation en athématiques, l'élève doit utiliser des savoirs essentiels qui relèvent des disciplines des Mathématiques. Dès lors, en s'appuyant sur les standards internationaux qui décrivent ce que l'élève doit apprendre, des listes de savoirs essentiels sont établies.

2.3 Les activités des élèves

Pour traiter les situations qui sont suggérées dans le programme, l'élève doit être actif, il agit en posant une *action sur un savoir essentiel*. Toutes les actions que l'élève peut poser en classe sur des savoirs essentiels, sont décrites dans des tableaux de spécification.

Grâce aux situations, aux actions et aux savoirs essentiels, l'élève est actif ; il agit concrètement en classe. C'est parce qu'il agit sur les savoirs essentiels et traite efficacement des situations, qu'il construit des connaissances et développe des compétences.

2.4 L'évaluation

L'évaluation des apprentissages porte sur deux dimensions : la vérification de la maitrise des savoirs essentiels et la vérification de la compétence de l'élève :

- Exemples d'items. Quelques exemples d'items sont proposés pour permettre à l'enseignant de vérifier dans quelle mesure l'élève maitrise bien les savoirs essentiels décrits dans l'activité.

- *Traitement de la situation similaire.* Des activités sont également proposées pour vérifier dans quelle mesure l'élève se montre capable de traiter la situation ou une autre situation proche de celle qui a été proposée dans l'activité.

III. POLITIQUE EDUCATIVE EN RD CONGO

A. 3.1 Fondements

Par Politique Éducative, il faut comprendre un certain nombre de choix fondamentaux qui guident l'éducation, par la détermination des finalités, des buts et des objectifs généraux de l'enseignement au niveau du pouvoir politique. Cette détermination de la politique éducative constitue l'ensemble des problèmes primordiaux de tout système éducatif. Ces problèmes sont liés à la fonction sociale de l'école et relèvent d'une philosophie de l'éducation et d'une conception de la culture. Ainsi, une politique éducative est fortement ancrée dans les valeurs qui caractérisent une nation. Dans ce contexte, la République Démocratique du Congo s'est dotée, depuis le 17 septembre 2015, d'une politique éducative inscrite dans « La lettre de politique éducative ». Cette dernière est inspirée de la Loi Cadre de l'Enseignement National (2014), du Document de la Stratégie de Croissance et de Réduction de la Pauvreté II (DSCRP II), de la déclaration de Dakar sur l'EPT (Dakar 2000) et les cibles pour l'atteinte de l'ODD4 (INCHEON, 2015), des Objectifs du Millénaire pour le Développement (OMD). Un regard a également été porté sur les éléments de diagnostic du Rapport d'État du Système Éducatif National (RESEN 2014) et des stratégies sous-sectorielles de l'enseignement primaire, secondaire, technique et professionnel, de l'enseignement supérieur et universitaire ainsi que celle de l'éducation non formelle. Il est à noter que la Loi Cadre elle-même a tenu compte de beaucoup d'autres instruments juridiques internationaux dûment ratifiés par la République Démocratique du Congo entre autres :

- La Déclaration Universelle des Droits de l'Homme ;
- La Déclaration des Droits de l'Homme et des Peuples ;
- L'Acte constitutif de l'UNESCO ;
- La Convention relative aux Droits de l'Enfant ;
- La Déclaration mondiale sur l'Éducation pour Tous ;
- La Charte Africaine des Droits de l'Homme et des Peuples ;
- La Charte Panafricaine de la Jeunesse ;
- L'Accord de Florence ;
- La Constitution de la République Démocratique du Congo en ses articles 12, 14, 37, 43, 44, 45, 46, 123, 202, 203, et 204 ;
- La Loi portant protection de l'enfant ainsi que des recommandations des états généraux de l'éducation tenus à Kinshasa en février 1996.

Ces différents instruments juridiques constituent le socle des orientations fondamentales de l'Enseignement National.

La politique éducative tient également compte de l'évolution des systèmes de l'enseignement supérieur et universitaire, tel qu'exprimé par l'accord de Florence (1950) et son protocole annexe de Nairobi (1976) relative à l'importance d'objets de caractère éducatif, scientifique ou culturel.

En plus, les programmes éducatifs de Mathématiques et des Sciences prennent en considération la promotion du genre et de l'inclusion sociale.

3.2 L'offre de formation

3.2.1 Éducation non formelle

Toute personne ayant atteint 18 ans d'âge sans avoir accédé à l'enseignement primaire bénéficie d'une formation sous forme d'éducation non formelle :

- L'alphabétisation des adultes ;
- L'enseignement spécialisé aux enfants vivant avec handicap ou déscolarisés ;
- Le centre de rattrapage scolaire ;
- Le recyclage des formateurs ;
- La formation permanente continue.

3.2.2 L'Enseignement formel

La durée d'une année scolaire (dans l'enseignement primaire, secondaire et professionnel) est de 222 jours au maximum et 180 jours au minimum qui représentent 900 heures de présence à l'école. Une séquence didactique dure cinquante minutes au tronc commun comme au cycle long.

3.2.2.1 L'Enseignement secondaire

La mission de l'Enseignement secondaire consiste à transférer chez l'élève des connaissances générales et spécifiques afin de lui permettre d'appréhender les éléments du patrimoine national et international.

3.2.2.2 La mission de l'enseignement secondaire

- Développer chez les élèves l'esprit critique, la créativité et la curiosité intellectuelle
- Préparer l'élève soit à l'exercice d'un métier ou d'une profession, soit à la poursuite des études supérieures et/ou universitaires selon ses intérêts et ses aptitudes.

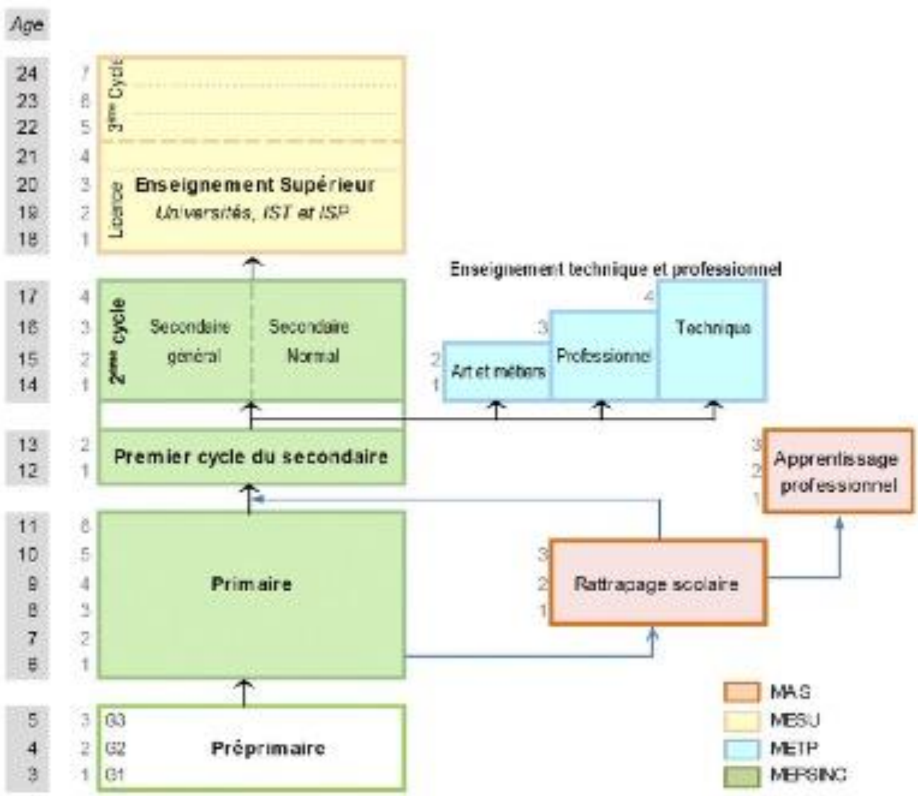
Par ailleurs, il est important de noter que :

1. Le Secondaire général dure deux ans et constitue un tronc commun dispensant des connaissances générales dans plusieurs domaines. Désormais, ce secondaire général constitue le Cycle Terminal de l'Éducation de Base (CTÉB).

2. Les humanités générales durent quatre ans (deux ans de cycle moyen et deux ans de cycle supérieur) et organisent plusieurs sections (pédagogique, littéraire, scientifique, etc.) subdivisées en options (pédagogie générale – normale – éducation physique, latin-philosophie et latin-grec, mathématique-physique, chimie-biologie, etc.).

3. Les humanités techniques et professionnelles sont organisées en cycle court d'une durée de trois ans et en cycle long de quatre ans.

Figure 1 : Structure du système d'éducation et de formation



3.3 Le Régime pédagogique

Domaines	**Sous-domaines**	**Disciplines**	**Nbre d'Heures/ semaine**		**Nbre d'Heures/ semaine**		**% / volume horaire total**	
			3ème année des Humanités Scientifiques		4ème année des Humanités Scientifiques			
Sciences	Mathématiques	Algèbre & Analyse	3	7	3	7	8,33	19,45
		Probabilité	-		1		1,39	
		Géométrie	2		2		5,56	
		Trigonométrie/ Statistique	1		-		1,39	
		Dessin Scientifique	1		1		2,78	
	Sciences de la Vie et de la Terre	Biologie générale	2	6	3	6	6,94	16,67
		Systématique des végétaux supérieurs	1		-		1,39	
		Écologie	2		2		5,56	
		Géologie/Évolution	1		1		2,78	
	Sciences Physiques et TIC	Chimie	3	7	3	7	8,33	19,44
		Physique	3		3		8,33	
		TIC	1		1		2,78	
Totaux pour le domaine des Sciences			**20**		**20**		**55,56**	**55,56**
Langues		Français	5	9	5	9	13,89	25
		Anglais	4		4		11,11	
Univers social et environnement		Éducation civique et morale	1	5	1	6	2,78	15,29
		Géographie	2		2		5,56	
		Histoire	2		2		5,56	
		Philosophie	-		1		1,39	
Arts plastiques		Esthétique	1	1	-	-		1,39
Développement personnel		Éducation Physique	1	1	1	1	2,78	2,78
Totaux pour les domaines autres que les sciences			**16**		**16**		**44,44**	**44,44**
Volume horaire total hebdomadaire			**36**		**36**		**100**	

3.4 Les langues dans l'enseignement

a) Le français est la langue d'enseignement.

b) Les langues nationales : le kikongo, le lingala, le swahili et le tshiluba sont utilisées comme médium (véhicule) d'enseignement et d'apprentissage.

c) Les langues étrangères les plus importantes, eu égard à nos relations économiques, politiques et diplomatiques, sont instituées comme disciplines.

3.5 Les Programmes de formation

Selon la Loi-Cadre, la formation au secondaire privilégie la professionnalisation qui conduit à l'exercice d'un emploi. Cette professionnalisation permet d'éviter l'inadéquation entre le programme d'une filière donnée et la pratique du métier.

Des réformes avec des actions prioritaires sont mises en branle pour atteindre le développement du Système éducatif de notre pays. Parmi ces actions prioritaires nous citons :

- le renforcement de la formation initiale à travers la structure des humanités pédagogiques ; cela implique :
    - la définition des référentiels de formation ;
    - la révision des curricula ;
    - la révision du temps des apprentissages scolaires;
- le renforcement de la formation continue des enseignants du primaire et du secondaire ;
- la généralisation de l'utilisation des langues nationales comme médium d'enseignement au 1er cycle du primaire et au premier niveau d'alphabétisation ;
- l'introduction du concept « Éducation de Base ».

3.6 Les résultats

L'Enseignement national vise comme résultats la maitrise et le contrôle de la science et de la technologie comme facteurs essentiels de la puissance économique de la RD Congo en assurant aux élèves une formation intellectuelle leur faisant acquérir des connaissances et développer des compétences utiles à la résolution des problèmes dans leur milieu de vie et dans le monde.

Aussi, à travers l'éducation à la gestion, à la paix et à la citoyenneté, le système cherche à ancrer chez le jeune congolais, les valeurs de civisme et de moralité. La vision du Gouvernement pour le développement du Secteur de l'éducation (résultat attendu de la réforme) est la construction d'un Système Éducatif inclusif et de qualité contribuant efficacement au développement national.

C'est ainsi que le développement du Système Éducatif de la RD Congo s'appuie sur les trois axes stratégiques ci-dessous :

1. La création des conditions d'un système éducatif de qualité ;
2. La promotion d'un Système d'Éducation plus équitable au service de la croissance et de l'emploi ;
3. L'instauration d'une gouvernance transparente et efficace.

Dans le domaine particulier de l'enseignement/apprentissage des sciences, les contenus sont regroupés en trois sous-domaines :

- Dans le sous-domaine des Sciences de la Vie et de la Terre, l'enfant va à la découverte du monde réel ; il prend conscience qu'il appartient à un monde plus vaste qu'il doit comprendre, transformer, respecter, protéger et préserver.

- Dans le sous-domaine des Sciences Physiques et de Technologies de l'Information et de la Communication (SPTIC), l'enfant comprend les lois fondamentales qui régissent notre univers, ce qui lui permet d'agir sur cet univers et de saisir la complexité et la beauté de la démarche scientifique ; en outre, l'enfant comprend la nécessité des objets techniques qui l'entourent, ce qui lui permet de s'en approprier les démarches de conception, d'étude et de fabrication. Grâce aux TIC, l'enfant comprend les profonds changements apportés par l'Informatique dans nos vies et dans le monde de travail ; il utilise les méthodes et les outils de programmation ainsi que les techniques pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne.

- Le sous-domaine des Mathématiques qui constitue un outil pour les autres disciplines scientifiques, permet à l'enfant de structurer sa pensée et de modéliser les phénomènes naturels. Les Mathématiques permettent en outre à l'enfant de développer son imagination, le goût de la recherche, de la découverte et de la résolution des problèmes.

B. 3.7 Les Modalités d'évaluation et sanction des études

Dans le Système éducatif de la RD Congo, il existe trois sortes d'évaluations :

- Évaluation prédictive (test d'intérêt et d'orientation) ;
- Évaluation formative (activités complémentaires, interrogations, examens semestriels) ;
- Évaluation certificative (examens et tests de fin de cycle) ;

A l'enseignement secondaire, la fin des études est évaluée et sanctionnée de la façon ci-après :

- Une évaluation certificative du CTÉB dont les modalités seront fixées par le pouvoir organisateur à la fin de la 8ème année de l'Éducation de Base ;
- Le cycle court de l'enseignement professionnel (évaluation certificative) par des examens, le stage et le jury professionnel et l'obtention d'un diplôme d'aptitude professionnelle ;
- Le cycle long de l'enseignement général, normal et technique par un Examen d'État (évaluation certificative) et aboutit à l'obtention d'un diplôme d'État.

PARTIE II : RÉFÉRENTIELS DU PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Les différents référentiels, profils d'entrée et de sortie, savoirs essentiels et banque de situations, orientent l'ensemble du programme. Ils précisent les éléments essentiels à la planification et à l'organisation du travail par l'enseignant.

I. Profil d'entrée en 3ème année des humanités scientifiques

Pour aborder les apprentissages des mathématiques au cycle long des humanités scientifiques, l'élève qui entre en 3ème année des humanités scientifiques doit avoir suivi les programmes éducatifs de la classe de 2ème année des humanités scientifiques et avoir réuni les préalables ci-après :

A. Conditions administratives d'admission

1) Avoir l'âge compris entre 16 ans et 18 ans.
2) Posséder un numéro d'identification nationale.
3) Avoir réussi la classe de 2ème année des humanités scientifiques.
4) Avoir la maîtrise de l'expression orale et écrite du français, langue officielle et d'enseignement, et la connaissance de l'anglais.

B. Caractéristiques

L'élève doit faire montre :

1. de l'esprit logique ;
2. de la créativité ;
3. de la curiosité scientifique ;
4. de l'esprit d'initiatives ;
5. de la dextérité manuelle ;
6. du bon usage du matériel et des outils.

C. Pré-requis

L'élève qui entre en 3ème année des humanités scientifiques doit être en mesure de (d') :

1. Utiliser le langage mathématique ;
2. Opérer sur les nombres réels ;
3. Opérer sur les polynômes dans **R** ;

4. Résoudre les problèmes liés à l'utilisation des fonctions dans **R** ;
5. Résoudre les équations et les inéquations dans **R** ;
6. Organiser et gérer les données statistiques ;
7. Résoudre les problèmes liés à la configuration de l'espace ;
8. Opérer sur les vecteurs ;
9. Résoudre les problèmes liés à la configuration du plan ;
10. Résoudre les problèmes liés aux considérations générales sur la géométrie descriptive ;
11. Utiliser les nombres trigonométriques ;
12. Résoudre les problèmes liés à la résolution des équations trigonométriques simples ;
13. Résoudre les problèmes liés à la résolution des triangles rectangles.

II. Profil de sortie de la 3ème année des humanités scientifiques

Au terme de la troisième année des humanités scientifiques, l'élève sera capable, en mathématiques, de traiter avec succès et de manière socialement acceptable les situations à travers lesquelles il est confronté :

1. à l'utilisation du raisonnement et du langage mathématiques ;
2. aux opérations sur les polynômes dans **R**;
3. à l'utilisation des suites et séries;
4. à la problématique de la résolution des inéquations dans **R** ;
5. aux problèmes liés au dénombrement ;
6. au calcul des logarithmes ;
7. à l'étude d'une fonction numérique à une variable dans **R** ;
8. aux problèmes liés à la géométrie analytique plane ;
9. au calcul vectoriel et au calcul des déterminants ;
10. aux problèmes liés à la géométrie descriptive ;
11. aux problèmes liés à la corrélation et à l'ajustement linéaire.

III. Compétences de vie courante

L'enseignant doit s'atteler, dans l'enseignement-apprentissage, au développement des 12 compétences de vie courante chez l'élève. Celles-ci sont regroupées en 4 dimensions d'apprentissage telles que reprises dans le tableau ci-après :

DIMENSION D'APPRENTISSAGE	CATEGORIES DES COMPETENCES DE VIE
Dimension cognitive ou « apprendre à connaître »	Compétences pour apprendre : créativité, pensée critique, résolution des problèmes
Dimension instrumentale ou « apprendre à faire »	Compétences pour l'employabilité : coopération, négociation, prise de décision
Dimension personnelle ou « apprendre à être »	Compétences pour la responsabilisation personnelle : autogestion, résilience, communication
Dimension sociale ou « apprendre à vivre ensemble »	Compétence pour une citoyenneté active : respect de la diversité, empathie, participation

IV. Savoirs essentiels

CATÉGORIES	SOUS-CATÉGORIES	SAVOIRS ESSENTIELS	CODE
ALGÈBRE			
RAISONNEMENT ET LANGAGE MATHÉMATIQUE	Logique mathématique	Calcul propositionnel	MM5.1
		Types de raisonnements mathématiques	MM5.2
POLYNÔMES DANS **R**	Fractions rationnelles	Décomposition d'une fraction rationnelle en une somme des fractions simples	MM5.3
INÉQUATIONS DANS **R**	Inéquations et Système d'inéquations dans **R**	- Inéquation du 1er degré à deux inconnues - Système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues - Programmation linéaire	MM5.4
PROBLÈMES DE DÉNOMBREMENT	Analyse combinatoire	- Dénombrement - Arrangement - Permutation - Combinaison	MM5.5
	Binôme de Newton	- Triangle de Pascal - Binôme de Newton	MM5.6

LOGARITHMES	Calcul logarithmique	- Notions de logarithme - Propriétés des logarithmes - Opérations sur les logarithmes	MM5.7
SUITES ET SÉRIES	Suites réelles	- Notions sur les suites numériques - Suites arithmétiques - Suites géométriques	MM5.8
ANALYSE			
FONCTIONS DANS **R**	Généralités sur les fonctions numériques	- Fonctions numériques usuelles à variables réelles - Domaine de définition d'une fonction numérique - Représentation graphique d'une fonction numérique - Variation d'une fonction numérique - Opérations sur les fonctions numériques	MM5.9
		- Parité, périodicité d'une fonction numérique - Centre et axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction numérique	MM5.10
ÉTUDE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE	Limites	- Limites d'une fonction - Calcul des limites	MM5.11
	Continuité	- Continuité d'une fonction - Interprétation géométrique	MM5.12
	Asymptotes	- Méthodes de détermination des asymptotes à une courbe - Position d'une courbe par rapport à une asymptote	MM5.13
	Dérivées	- Fonction dérivable en un point - Tangente en un point d'une courbe	MM5.14
		- Fonction dérivée - Propriétés de la dérivée première - Calcul des dérivées	MM5.15
		- Dérivées successives - Propriétés de la dérivée seconde	MM5.16
		- Applications des dérivées en économie	MM5.17
STATISTIQUE			
ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES	Statistique à deux variables	- Représentation d'une série statistique à deux variables au moyen d'un nuage des points - Point moyen d'un nuage des points	MM5.18

		- Ajustement linéaire par : • La Méthode des moindres carrés • Les considérations graphiques	MM5.19
GÉOMÉTRIE			
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE	Points du plan	- Coordonnées cartésiennes d'un point du plan - Coordonnées polaires d'un point du plan	MM5.20
		- Changement de repère par : • Translation • Rotation	MM5.21
	Droites du plan	- Distance de deux points - Équations d'une droite et leurs applications	MM5.22
	Cercles	- Équation d'un cercle - Positions relatives d'un cercle et d'une droite - Intersection d'un cercle et d'une droite	MM5.23
		- Positions relatives de deux cercles - Intersection de deux cercles - Angle de deux cercles - Faisceau de cercles	MM5.24
CALCUL VECTORIEL	Vecteurs de l'espace	- Repérage des points de l'espace - Vecteurs de l'espace : • Vecteur, somme des vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, • Relation de Chasles	MM5.25
		- Produit scalaire des vecteurs de l'espace	MM5.26
	Matrices et déterminants	- Calcul matriciel : • Notions • Opérations	MM5.27
		- Notions de déterminant - Calcul des déterminants - Propriétés des déterminants - Application du calcul de déterminant à la résolution des systèmes d'équations linéaires.	MM5.28
DESSIN SCIENTIFIQUE			
PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE	Plans et droites dans l'espace	- Intersection d'une droite et d'un plan - Intersection de deux plans	MM5.29

	Positions des droites et des plans	- Droites et plans parallèles - Droites et plans perpendiculaires	MM5.30
	Polyèdres	- Représentation des polyèdres - Section plane	MM5.31
TRIGONOMÉTRIE			
CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE	Les grandes formules de trigonométrie	- Formules d'addition et de soustraction - Formule de duplication et division par 2 - Formules exprimant sin x, cos x, tg x en fonction de $\mathrm{tg}\frac{x}{2}$ - Formules de Simpson	MM5.32
	Équations et inéquations trigonométriques	- Équations trigonométriques	MM5.33
		- Inéquations trigonométriques	MM5.34
ÉTUDE DES TRIANGLES	Triangles et trigonométrie plane	- Résolution des triangles quelconques	MM5.35

V. Banque des situations

N°	FAMILLE DE SITUATIONS	EXEMPLES DE SITUATIONS
1.	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à l'utilisation du raisonnement et du langage mathématiques	1.1. Traduction d'un texte de mathématiques (MM5.1) 1.2. Problèmes liés aux implications ou aux équivalences (MM5.2) 1.3. Vérification de la véracité d'un énoncé (MM5.2) 1.4. Démonstration d'un théorème ou d'une propriété mathématique (MM5.2) …
2	Situations pour lesquelles l'élève est amené à opérer sur les polynômes dans **R**	2.1 Gestion d'une comptabilité 2.2 Gestion d'un terrain, des espaces, … (MM5.3) 2.3 Gestion d'une boutique, d'une station de ravitaillement de carburant, … (MM5.17) (MM5.28) 2.4 Partage des biens 2.5 Comparaison des grandeurs (MM5.3) (MM5.27) **1.6** Variation des grandeurs(MM5.13) …

3	Situations pour lesquelles l'élève est amené à utiliser les suites et séries	3.1 Évolution ou actualisation d'un capital 3.2 Évolution d'une population (MM5.11) 3.3 Décroissance radioactive 3.4 Taux d'évolution …
4	Situations pour lesquelles l'élève est confronté à la problématique de la résolution des équations et inéquations dans **R**	4.1 Partage des biens 4.2 Organisation et gestion d'un tournoi, d'un jeu, … (MM5.29) 4.3 Importation des équipements 4.4 Gestion d'une activité (MM5.4) (MM5.17) (MM5.28) 4.5 Mesure et comparaison des grandeurs(MM5.3) (MM5.27) (MM5.30) 4.6 Plan d'une maison 4.7 Rentabilité d'une production(MM5.4) (MM5.17)
5	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes de dénombrement	5.1 Age 5.2 Dénombrement (MM5.5) (MM5.6) 5.3 Campagne de vaccination 5.4 Assainissement 5.5 Lutte contre les érosions 5.6 Élection 5.7 Organisation des jeux(MM5.29) …
6	Situations pour lesquelles l'élève est amené à l'utilisation des logarithmes	6.1 Capitaux à intérêt composé 6.2 Acoustiques 6.3 Radioactivités des corps 6.4 Application du calcul numérique et des dérivées (MM5.7) (MM5.14) (MM5.16) (MM5.17) 6.5 Annuités 6.6 Épidémiologie (Ébola, choléra, varicelle, Chikungunia, …)(MM5.15) 6.7 Dynamique des populations (MM5.11) …
7	Situations pour lesquelles l'élève est confronté à l'étude des fonctions numériques	7.1 Prix 7.2 Recrutement 7.3 Marchés 7.3 Comparaison des grandeurs (MM5.27)

		7.4 Fabrication et réparation des bancs 7.5 Variation des températures et des temps (MM5.33) 7.8 Compétition 7.9 Aménagement d'un terrain (MM5.20) 7.10 Production (MM5.8) (MM5.12) 7.11 Parcours des espaces (MM5.13) …
8	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la géométrie analytique plane	8.1 Description des trajectoires (MM5.10) (MM5.21) 8.2 Stabilité d'un système mécanique 8.3 Fabrication des meubles 8.4 Navigation et cartographie (MM5.10) (MM5.21) 8.5 Arts et architectures (MM5.23) (MM5.24) 8.6 Arpentage (MM5.20) …
9	Situations pour lesquelles l'élève est confronté au calcul vectoriel et au calcul des déterminants	9.1 Déplacement des points (MM5.21) (MM5.25) 9.2 Aires et volumes des formes planes et des corps 9.3 Coloriage de l'intérieur d'un polygone 9.4 Pilotage (avion, bateau, course, …) (MM5.13) 9.5 Utilisation du système photovoltaïque dans la téléphonie mobile 9.6 Vecteur-vitesse et vecteur-accélération (MM5.25) (MM5.26) …
10	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la géométrie descriptive	10.1 Plan architectural (MM5.20) (MM5.31) 10.2Construction des édifices (MM5.31) 10.3 Résolution des problèmes de géométrie plane (MM5.22) (MM5.29) (MM5.30) (MM5.31) …

11	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à la corrélation et à l'ajustement linéaire. .	11.1 Étude de faisabilité 11.2 Collecte et traitement des données (MM5.18) (MM5.19) 11.3 Campagne de vaccination 11.4 Élection du gouvernement des élèves, … 11.5 Organisation des données (MM5.18) (MM5.19) 11.6 Gestion des données (MM5.18) (MM5.19) …
12	Situations pour lesquelles l'élève est confronté aux problèmes liés à l'utilisation du cercle trigonométrique.	12.1 Positionnement (MM5.30) 12.2 Mesure et comparaison des grandeurs (MM5.32) (MM5.34) (MM5.35) 12.3 Construction de la clôture du jardin de l'école 12.4 Arpentage 12.5 Orientation en navigation (MM5.32) 12.6 Construction des édifices (MM5.31)

PARTIE III : MATRICES DU PROGRAMME

MM5.1 : LOGIQUE MATHEMATIQUE

A. *Savoir essentiel :*

Calcul propositionnel

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Calcul propositionnel ».

C. *Exemple de situation :*

L'enseignant de mathématiques de la 3ème année des humanités scientifiques d'un Institut à Kindu dans le Maniema présente à ses élèves les propriétés suivantes :

p : être un pays situé au nord de la RD-Congo
q : être un pays francophone
r : être un pays situé à l'ouest ou au nord de la RD-Congo
Il leur demande d'identifier les pays frontaliers de la RD-Congo, « non situés au nord du pays » ou « francophones et situés à l'ouest ou au nord du pays ».

D. *Activités :*

1. *Logique mathématique*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	dans une situation les propriétés p, q, r, … définies sur les éléments d'un ensemble E
Choisir	une variable (x par exemple) à valeurs dans E
Noter	p(x), q(x), r(x), … les énoncés exprimant respectivement les propriétés p, q, r, … que doit avoir ou ne peut avoir un élément x de E
Choisir	une valeur précise x_0 de x dans E
Comparer	les énoncés $p(x_0)$, $q(x_0)$, $r(x_0)$, … à la définition d'une proposition mathématique
Déduire	la définition d'un prédicat p(x)
Restituer	la définition du sous ensemble de E associé à p(x) , noté E_p ou E_v
Établir	la correspondance entre un prédicat p(x) et E_p, ou E_v
Déterminer	le sous-ensemble de E associé à un prédicat comprenant des connecteurs

2. *Quantificateurs*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***	
Restituer	la définition	d'un prédicat p(x) à valeurs dans un ensemble E
		du sous-ensemble associé à un prédicat p(x)
		de l'ensemble de vérité d'un prédicat
		d'un quantificateur
Énumérer	les types de quantificateurs	
Exprimer	chacun des quantificateurs pour un prédicat p(x) à valeurs dans un ensemble E	
Lire	de deux manières différentes les expressions : $\forall x \in E, p(x)$et $\exists\ x \in E, p(x)$	
Interpréter	chacune des expressions des deux quantificateurs	
Utiliser	les quantificateurs	
Appliquer	la démarche ci-dessus à l'exemple de situation	

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Déterminer les ensembles de vérité des prédicats suivants :

p(x) ; $\bar{q}(x)$; $\bar{r}(x)$; $p(x) \wedge q(x)$; $q(x) \rightarrow \bar{r}(x)$

b) Citer les pays francophones situés dans l'ensemble de vérité de $E_{p \Rightarrow q}$.

c) Nier les expressions suivantes :

1) $\forall x \in \boldsymbol{R}, |x| = x$

2) $(\exists x, x + 2 \neq x) \vee (x \leq 1)$, dans **R**

d) Déterminer l'ensemble de vérité E_v des formules suivantes :

1) $(x \geq 2) \vee (x < 5)$, si E = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

2) $(x - 4 < 0) \rightarrow (x^2 = 1)$, si E = **R**

(2) Situation similaire à traiter :

Un élève de la classe de 3ème année des humanités scientifique d'un Collège à Kinshasa, veut identifier les réels x tels que : si le carré de x est supérieur à 1, alors x augmenté de 2 est strictement inférieur à 0 ou x est strictement compris entre 0 et 1.

Aide cet élève à identifier ces réels, les propriétés ci-après étant données :

p : avoir le carré supérieur à 1

q : avoir une augmentation de 2, strictement inférieur à 0

$\bar{r}$: être strictement compris entre 0 et 1.

MM5.2 : RAISONNEMENTS MATHEMATIQUES

A. *Savoir essentiel :*

Types de raisonnements mathématiques

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Types de raisonnements mathématiques ».

C. *Exemple de situation :*

A la première séquence pédagogique de mathématiques après la rentrée scolaire, l'élève THOMS de la 3ème année des humanités scientifiques du Lycée Maria Goretti de Bandundu-Ville s'adresse à son enseignant en ces termes : Monsieur, quels types de raisonnements utilise-t-on en mathématiques, puisque depuis l'année passée je n'arrive pas à réaliser des démonstrations élaborées dans les disciplines de mathématiques ?

Pour aider THOMS, l'enseignant demande à ses élèves d'aller consulter l'internet et d'autres ressources pour identifier les différents types de raisonnements mathématiques.

D. *Activités*

1. *Raisonnement par déduction (par inférence ou implication)*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition d'une inférence
Exprimer	l'inférence correspondant à la proposition $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \Rightarrow p$
Identifier	une propriété logique des connecteurs applicable à une partie de la proposition $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \Rightarrow p$
Appliquer	cette propriété à la proposition $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \Rightarrow p$
Répéter	le processus, jusqu'à obtenir une tautologie

2. *Raisonnement par contre-exemple*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur les quels portent les actions de l'élève)***
Identifier	une déclaration prétendue vraie sur un ensemble d'objets
Présenter	un ou plusieurs objets de l'ensemble pour lequel (lesquels) la déclaration est fausse
Déduire	que la déclaration est fausse

3. Raisonnement par absurde ou par contraposition

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	une déclaration inférentielle ($p \Longrightarrow q$) donnée
Exprimer	que la négation $\bar{p}$ d'une implication de la prémisse *p* est vraie
Observer	qu'il en ressort une contradiction après un éventuel développement de l'expression de $\bar{p}$
Déduire	que p est vraie, suite au principe du tiers exclu
Établir	que l'inférence est valide

4. Raisonnement par astuce de calcul ou par hypothèse auxiliaire

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	une déclaration (un énoncé) donnée
Introduire	une nouvelle hypothèse (hypothèse auxiliaire) dans la déclaration initiale, sans modifier l'intention exprimée
Développer	progressivement la nouvelle expression obtenue jusqu'à réaliser l'intention exprimée dans la déclaration

5. Raisonnement par récurrence (ou induction)

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	le prédicat *p(n)* dont la variable est un entier naturel *n*
Vérifier	que *p(n)* est vraie pour la plus petite valeur de *n*
Exprimer	que pour un certain naturel *k, p(k)* est vraie (hypothèse de récurrence)
Vérifier	que $p(k+1)$ est vraie
Déduire	alors que *p(n)* est vraie pour tout naturel *n*

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Citer les étapes essentielles d'un raisonnement :

   a) par induction

   b) par récurrence

   c) par contre-exemple

2) Démontrer par contre-exemple que « tout entier premier est un nombre impair ».

3) Par induction, démontrer que chaque formule suivante est une tautologie :

$a)$ $(p \wedge \bar{p}) \Longrightarrow q$ b) $\left(\bar{p} \wedge (\bar{q} \Longrightarrow p)\right) \Longrightarrow q$

4) Par absurde appliquer le procédé à l'implication

$(x^2 - 3x + 2 = 0) \Longrightarrow (x = 1 \; ou \; x = 2)$

5) Par astuce de calcul dans **R,** démontrer que : $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$.

(2) Situation similaire à traiter :

Démontrer par récurrence dans **N**$-\{0\}$ que :

a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$

c) $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

MM5.3 : FRACTIONS SIMPLES

A. *Savoir essentiel :*

Décomposition d'une fraction rationnelle en une somme des fractions simples

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Décomposition d'une fraction rationnelle en une somme des fractions simples ».

C. *Exemple de situation :*

Une concession rectangulaire a pour dimensions en mètres $2x^3 - 5$ sur $3x^2 + 1$. Elle doit être morcelée pour construire des salles de classe et disposer d'un terrain de recréation dont la superficie doit être $x^2 + x$. Le propriétaire veut connaître le nombre de locaux que l'on peut y construire, sachant qu'une salle a une superficie de $x^2 - 3x$.

Aide-le à trouver ce nombre et à exprimer la partie restante du terrain sous la forme $\frac{A}{x} + \frac{B}{x-3}$.

D. *Activités :*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la forme générale d'une fraction rationnelle
	les types de fractions simples de 1ère et de 2ème espèce
Effectuer	la division euclidienne des termes d'une fraction rationnelle, si possible
Expliciter	la méthode de coefficients indéterminés
	la méthode des pôles de la fraction
Appliquer	la méthode de coefficients indéterminés, selon le type de fractions simples
	la méthode des pôles de la fraction pour la décomposition en fractions simples

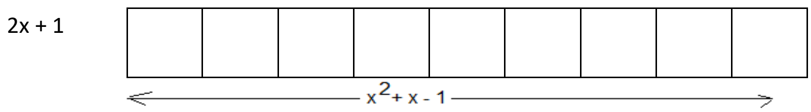
E. *Évaluation*

(1) Exemple d'item :

Transformer chacune des fractions ci-après en une somme des fractions simples : a) $\frac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$ b) $\frac{2x^3}{(1+x^2)(1-x)^2}$ c) $\frac{x^3}{x^2-x-6}$

(2) Situation similaire à traiter :

Monsieur TONIER construit un bâtiment rectangulaire de longueur $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ qu'il découpe en appartements de forme carrée de côté 2x + 1, comme présenté ci-dessous :



Le nombre d'appartements est :

A. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

MM5.4 : PROGRAMMATION LINEAIRE

A. Savoirs essentiels

- Inéquations du 1er degré à deux inconnues
- Systèmes d'inéquations du 1er degré à deux inconnues
- Programmation linéaire

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Inéquations du 1er degré à deux inconnues », « Systèmes d'inéquations du 1er degré à deux inconnues », « Programmation linéaire ».

C. Exemple de situation

Les élèves de la 3ème année des humanités scientifiques de l'institut de KANGU sont allés en visite guidée dans une usine de LUKULA dans la Province du Kongo Central. L'usine utilise deux machines différentes pour fabriquer les produits A et B. Pour le produit A, la première machine fonctionne 8 heures et la deuxième 6 heures. Pour le produit B, il faut 10 heures à la 1ère machine et 15 heures à la 2ème.

Pour 15 jours, la 1ère machine n'est disponible que pendant 80 heures et la 2ème, 90 heures.

Muni de ces renseignements, l'enseignant demande à ses élèves de :

a) Trouver le système d'inéquations qui traduit les contraintes de cette usine.
b) Résoudre graphiquement ce système.
c) Calculer la quantité du produit B, si l'usine fabrique 3 unités du produit A.
d) Vérifier si l'usine peut fabriquer 5 unités du produit A et 4 unités du produit B.

D. Activités

1. Inéquations du 1er degré à deux inconnues

Actions *(de l'élève)*	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la forme générale d'une inéquation du 1er degré à deux inconnues
Déduire	la fonction issue de l'inéquation
Représenter	graphiquement cette fonction
Étudier	le signe de chaque région du plan déterminée par la droite

	représentant cette fonction
Identifier	la région correspondant au signe de l'inégalité

2. *Systèmes d'inéquations du 1er degré à deux inconnues*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la forme générale d'un système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues
Déduire	les fonctions du 1er degré issues des deux inéquations
Représenter	graphiquement les deux fonctions
Étudier	le signe de chaque région du plan déterminée par chacune des droites représentant les fonctions
Hachurer	la région correspondant au signe de l'inégalité
Identifier	la solution du système

3. *Programmation linéaire*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	les inconnues du problème
Traduire	en inéquations mathématiques les contraintes de la situation
Résoudre	graphiquement le système d'inéquations mathématiques déduit des contraintes de la situation
Appliquer	la démarche ci-dessus à l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

(1)Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) $2x + y - 4 > 0$ b) $6x - 3y + 4 < 0$

2) Déterminer la région du plan d'un repère orthogonal dans laquelle se trouve un point M(x, y) pour que les systèmes suivants soient vérifiés.

a) $\begin{cases} x + y + 4 \geq 0 \\ 2x - y - 5 > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y - 1 > 0 \\ -x + 5y + 4 \leq 0 \end{cases}$

(2) **Situation similaire à traiter**

Une société confectionne chaque jour deux types de sacs. Les conditions de réalisation de chaque modèle apparaissent dans le tableau ci-dessous :

	Modèle A	Modèle B
Aire du tissus nécessaire (en cm^2)	405	500
Temps d'utilisation des machines (en min)	28,5	18

Chaque jour, l'entreprise dispose au maximum 1 536 000 cm^2 de tissus et de 120 heures de machines.

a) En désignant par x le nombre de modèles A et par y le nombre de modèles B, traduire les contraintes journalières de l'entreprise sous forme d'inéquations.

b) Résoudre graphiquement le système d'inéquations.

c) Peut-on fabriquer 100 sacs de type A et 230 sacs de type B ? Justifier.

MM5.5 : ANALYSE COMBINATOIRE

A. *Savoirs essentiels*

- Dénombrement
- Arrangement
- Permutation
- Combinaison

B. *Compétence*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Dénombrement », « Arrangement », « Permutation », « Combinaison ».

C. *Exemple de situation*

La classe de 3ème année des humanités scientifiques d'une école de la place comprend 12 garçons et 8 filles. Une liste de 6 élèves doit être constituée pour représenter la classe à une pièce de théâtre.

L'enseignante titulaire, demande à ses élèves de trouver de combien de manières le groupe de 6 peut être formé pour qu'il :

a) Comprenne 4 garçons et 2 filles
b) Ne comprenne aucun garçon
c) Comprenne au plus 2 filles
d) Comprenne au moins 3 garçons

D. *Activités*

1. *Arrangement*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***	
Expliquer	les termes	dénombrement analyse combinatoire
Restituer	la définition d'un arrangement sans répétition pris p à p	
Établir	la formule de calcul du nombre d'arrangements sans répétition de n éléments pris p à p	
Comparer	l'arrangement avec répétition au tirage dans une urne	
Restituer	la définition d'un arrangement avec répétition de n éléments pris p à p	
Établir	la formule donnant le nombre d'arrangements avec répétition de n éléments pris p à p	
Appliquer	la formule dans une situation donnée	
Comparer	un arrangement sans répétition au tirage dans une urne	
Exprimer	la formule d'arrangements en notation factorielle	

2. Permutation

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une permutation sans répétition de n éléments
Établir	la formule du nombre de permutations sans répétition de n éléments
Restituer	la définition d'une permutation avec répétition
	la formule donnant le nombre de permutations avec répétition de n éléments dont certains se répètent $n_1, n_2, \ldots, n_k$ fois
Comparer	une permutation avec répétition au tirage dans une urne
Appliquer	la formule dans des contextes précis

3. Combinaison

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une combinaison sans répétition de n éléments pris p à p
Déduire	la formule définissant le nombre de combinaisons sans répétition de n éléments pris p à p
Restituer	la formule exprimant le nombre de combinaisons avec répétition de n éléments pris p à p
Comparer	une combinaison sans ou avec répétition de n éléments pris p à p au tirage dans une urne
Établir	les propriétés des combinaisons sans répétition de n éléments pris p à p
Exploiter	les propriétés des combinaisons sans répétition dans des contextes précis
Appliquer	les propriétés et formules ci-dessus à la situation donnée

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Restituer la définition d'un arrangement sans répétition, d'une permutation avec répétition, d'une combinaison avec répétition ainsi que les formules qui déterminent leur nombre.
2) A quel type de tirage dans une urne correspond un arrangement, une permutation, une combinaison avec ou sans répétition ?
3) Résoudre dans N les équations suivantes :

a) $C_n^5 = 17C_n^4$ b) $A_x^3 = 90\ x$

4) Distinguer un arrangement d'une combinaison.

(2) Situation similaire à traiter

De combien de manières peut-on placer 3 voyageurs dans un véhicule à 6 sièges pour voyageurs ?

MM5.6 : BINOME DE NEWTON

A. Savoirs essentiels

- Triangle de Pascal
- Binôme de Newton

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Triangle de Pascal », « Binôme de Newton ».

C. Exemple de situation

A l'occasion de la fête de la clôture de l'année scolaire, une course de 100 m plat est organisée à l'Institut de GEMENA. Pour participer à cette compétition, il faut une équipe de 3 garçons et 2 filles. La classe de la 3ème année des humanités scientifiques comprend 5 garçons et 9 filles.

L'enseignant de mathématiques de cette classe demande à ses élèves de calculer le nombre d'équipes qui peuvent être constituées.

D. Activités :

1. Triangle de Pascal

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la formule du nombre de combinaisons de n objets pris p à p, avec $n \geq p$
Appliquer	les propriétés des combinaisons pour le calcul des éléments du triangle de Pascal
Construire	le triangle de Pascal

2. Binôme de Newton

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition du binôme de Newton
Développer	le binôme de Newton
Utiliser	le triangle de Pascal dans la recherche des coefficients des termes du binôme de Newton
Calculer	le terme en x^p d'un binôme de Newton
	le $p^{ième}$ terme d'un binôme de Newton
Appliquer	la démarche pour traiter la situation

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items

1. En respectant l'ordre des termes du binôme, déterminer le 6ème terme du développement de $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}$.
2. Déterminer le terme en x^4 du développement de $\left(x^4 + \frac{1}{2x^2}\right)^{10}$.
3. Calculer la somme des coefficients des termes du développement de $\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y\right)^{6}$.

(2) Situation similaire à traiter

La classe de la 3ème année des humanités scientifiques d'un Collège comprend 20 garçons. L'enseignant de mathématiques demande à ses élèves de calculer le nombre de manières possibles de pouvoir constituer des équipes de football.

MM5.7 : CALCUL LOGARITHMIQUE

A. Savoirs essentiels :

- Notions de logarithme
- Propriétés des logarithmes
- Opérations sur les logarithmes

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions de logarithme », « Propriétés des logarithmes », « Opérations sur les logarithmes ».

C. Exemple de situation :

Lors de la séquence didactique de mathématiques du jour, un enseignant de la 3ème année des humanités scientifiques écrit la relation $a^y = N$.

Il demande à ses élèves de :

a) Résoudre l'équation à une inconnue obtenue pour a = 2 et N = 54.
b) Trouver le résultat de l'équation $a^y = N$, si a = 10 et N = 54.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Écrire	l'expression du logarithme d'un nombre N en base a
Déduire	cette expression si la base est 10
Restituer	la définition du logarithme d'un nombre N en base a
Établir	la formule de changement d'une base à une autre du logarithme d'un nombre donné
Énoncer	les propriétés et règles de calcul des logarithmes
Exprimer	le logarithme dans une base a donnée d'une expression donnée
Utiliser	la calculette pour avoir le logarithme décimal d'un nombre donné.
Appliquer	la démarche ci-dessus à la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Sachant que log 2 = 0,30103 et log 3 = 0,47712, trouver, sans utiliser la calculatrice : a) log 200 b) log120 c) $log\sqrt{576}$ d) $log\sqrt[3]{216}$

2) Appliquer les propriétés des logarithmes dans le calcul du logarithme du nombre $N = \frac{x^5\sqrt[3]{y^4}}{y^2\sqrt{a^7}}$.

3) Montrer que $log_x y \,.\, log_y z \,.\, log_z x = 1$

(2) Situation similaire à traiter :

On donne les fonctions *f(x)* = *a*^{x} et *g(x)* = $log_a\, x$.
On demande de déterminer la base *a* pour que :

a) Le point P($\sqrt{3}, 8$) appartienne au graphe de f.
b) La représentation graphique de g passe par le point R(400, 4).

MM5.8 : SUITES NUMÉRIQUES

A. *Savoirs essentiels :*

- Notions sur les suites numériques
- Suites arithmétiques
- Suites géométriques

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions sur les suites numériques », « Suites arithmétiques », « Suites géométriques ».

C. *Exemple de situation :*

Lors de la réunion annuelle d'évaluation des activités d'une usine de production de ciment, le constat suivant a été fait :

1) le nombre de tonnes de ciment gris qui était au départ de 350, augmente chaque année de 28 ;
2) le nombre de tonnes de ciment blanc, qui, au départ était de 200, augmente chaque année de 5 %.
    a) Calcule le nombre de tonnes que produirait l'usine à la $2^{ème}$, $3^{ème}$ et $6^{ème}$ année.
    b) Exprime, pour chaque type de ciment, le nombre de tonnes à la $n^{ème}$ année.
    c) Trouve le nombre total de tonnes, arrondi aux unités simples, que l'usine produirait pour chaque type de ciment au bout de 6 ans.

D. *Activités :*

1. *Notions de suites numériques*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition d'une suite numérique
Caractériser	une suite numérique par rapport au nombre de ses termes
Déterminer	le sens de variation d'une suite

2. *Suites arithmétiques*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition de la suite arithmétique de raison r

Établir	la relation donnant le n^{ème} terme d'une suite arithmétique de raison et de premier terme donnés
Déterminer	le sens de variation d'une suite arithmétique de raison r
Établir	la condition pour que 3 termes forment une suite arithmétique
Insérer	n moyens arithmétiques entre deux nombres donnés
Calculer	la somme de n premiers termes d'une suite arithmétique
Utiliser	la suite arithmétique dans le traitement de la situation

3. Suites géométriques

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition de la suite géométrique de raison q
Calculer	le nième terme d'une suite géométrique de raison q et de premier terme donnés
Déterminer	le sens de variation d'une suite géométrique de raison q
Établir	la condition pour que 3 termes forment une suite géométrique
Insérer	*n* moyens géométriques entre deux nombres
Calculer	le produit de termes équidistants des extrêmes d'une suite géométrique
	la somme de n premiers termes d'une suite géométrique
Établir	la condition de convergence d'une suite géométrique
Utiliser	la suite géométrique dans le traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition :
   a) d'une suite géométrique
   b) d'une suite arithmétique
2) Vérifier que les nombres $(a+b)^2, a^2-b^2, (a-b)^2$ forment une suite géométrique et en déduire la raison.
3) Exprimer le terme général en fonction de n pour les suites géométriques suivantes :
   a) $U_0 = 3 \; et \; q = 1{,}03$ b) $U_1 = 100 \; et \; q = 0{,}98$
4) Étudier le signe de la différence $U_{n+1} - U_n$ et en déduire le sens de variation des suites suivantes :
   a) $U_n = \frac{3}{n+2}$ b) $U_n = -\frac{4n}{n+1}$ c) $\begin{cases} U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1 \\ U_0 = 2 \end{cases}$
5) a) Montrer que, si (U_n) est une suite arithmétique de raison r, alors pour tous entiers n et p, on a : $U_n - U_p = (n-p)r$

b) Trouver la raison r et le nombre n tels que : $\begin{cases} U_7 - U_3 = 12 \\ U_n - U_3 = 21 \end{cases}$

(2) Situation similaire à traiter :

Une boutique de vente d'appareils téléphoniques procède à la diminution annuelle des prix des appareils de communication de 8%. Au départ, le prix d'un de ses appareils était de 200 000 FC.

Question 1 : Exprimer le prix diminué de cet appareil au bout de *n* années

Question 2 : Calculer le prix au bout de 5 ans à 1 FC près.

MM5.9 : DOMAINE DE DEFINITION D'UNE FONCTION

A. *Savoirs essentiels :*

- Fonctions numériques usuelles à variables réelles
- Domaine de définition d'une fonction numérique
- Opérations sur les fonctions numériques

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Fonctions numériques usuelles à variables réelles dérivée », « Domaine de définition d'une fonction numérique », « Opérations sur les fonctions numériques ».

C. *Exemple de situation :*

Après une séquence didactique de Mathématiques en 3ème année des humanités scientifiques, l'enseignant donne à ses élèves la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{2x - 80}{32x(x^2 - 9)(10x - 40)}$$

Il leur demande de :

a) Déterminer les valeurs réelles qui n'ont pas d'image pour la fonction.
b) Déterminer la condition d'existence de cette fonction.

D. *Activités :*

Fonctions réelles et domaine de définition

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de***	
Restituer	la définition de	fonction réelle à variable réelle
		fonction explicite, implicite, algébrique, transcendante, par morceaux ou par intervalle
Caractériser	les fonctions usuelles	
Restituer	la définition du domaine de définition d'une fonction	
Déterminer	la forme générale de chacune des fonctions usuelles	
Énoncer	la règle de détermination du domaine de définition de chaque fonction usuelle	
Appliquer	la règle correspondante à la recherche du domaine de définition de chaque fonction	

Étudier	la variation d'une fonction numérique
Représenter	graphiquement une fonction numérique

2. *Opérations sur les fonctions numériques*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Identifier	une fonction numérique
Appliquer	la règle de recherche du domaine de définition de cette fonction
Déterminer	la somme, le produit ou le quotient des fonctions
	la réciproque et la composée des fonctions numériques
Énoncer	le principe de recherche du domaine de définition de la somme, du produit, du quotient, de la réciproque ou de la composée des fonctions numériques
Utiliser	le principe de recherche du domaine de définition de la somme, du produit, du quotient, de la réciproque ou de la composée des fonctions numériques
Appliquer	la démarche ci-dessus à l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes définies sur **R :**

a) $f(x) = \sqrt[6]{\frac{x^2-x-2}{9-x^2}}$ c) $g(x) = tg\ 2x$

b) $h(x) = \sqrt{\frac{-x^2-2x+3}{2x+8}}$ d) $q(x) = cotg\ (3x + \frac{\pi}{4})$

(2) Situation similaire à traiter :

Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)}}{x-1}$

MM5.10 : PARITÉ, PÉRIODICITÉ ET ÉLÉMENTS DE SYMÉTRIE

A. Savoirs essentiels :

- Parité, périodicité d'une fonction numérique
- Centre et axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction numérique

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Parité, périodicité d'une fonction numérique », « Centre et axe de symétrie ».

C. Exemple de situation :

L'élève Kanda de la 3ème année des humanités scientifiques a reproduit sur une feuille de papier les courbes ci-après représentant les trajectoires de deux éperviers. Le premier voulait se saisir d'un poussin qu'il a raté, est remonté dans les airs. Le deuxième vole en oscillant dans les airs à la recherche d'une proie.

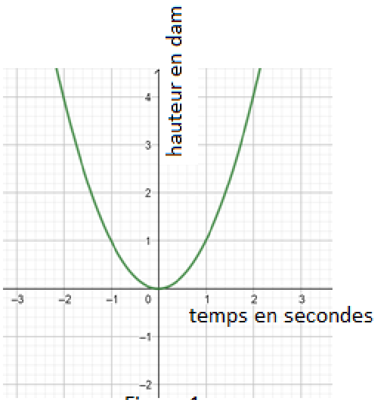


Figure 1

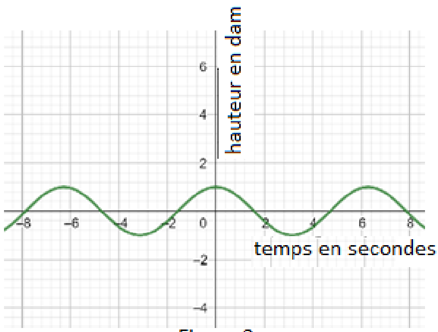


Figure 2

1. Pour la figure 1, indique les points de la courbe représentant les différentes positions de l'oiseau dans les airs 1, 2 et 3 secondes avant et après avoir raté sa proie.
2. Pour la figure 2, indique quelques points de la courbe qui gardent la même hauteur à des moments différents.
3. Détermine les caractéristiques algébriques ou graphiques de chaque fonction, si la figure 1 représente $f(x) = x^2$ et la figure 2, $g(x) = \cos x$.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une fonction numérique

Comparer	les positions des points de la courbe par rapport à l'axe des ordonnées
	les positions des points de la courbe par rapport à l'origine des axes
	f(–x) et f(x); f(–x) et – f(x); g(x) et g(x + p)
Caractériser	une fonction numérique paire, impaire ou périodique algébriquement, graphiquement ou à l'aide d'un grapheur ou d'un tableur
Déduire	le centre ou l'axe de symétrie de la courbe représentative de chacune des fonctions
Appliquer	la démarche à l'exemple de situation

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition d'une fonction paire, impaire et périodique.
2) Les fonctions suivantes, définies sur [-10,10], sont-elles paires ou impaires? Justifier.

   a) $f(x) = x^2 - 7$ b) $g(x) = \frac{x}{x+10}$ c) $h(x) = |x - 10| - |x + 10|$
3) Compléter les tableaux suivants :

a) Dans le cas d'une fonction *r* paire

x	-5	-3	-1	1	3	5
r(x)	-10	15	- 2			

b) Dans le cas d'une fonction *t* impaire

x	-5	-3	-1	1	3	5
t(x)				6	π	-16

(2) Situation similaire à traiter :

L'enseignant de la 3ème année propose de considérer les fonctions définies respectivement par $f(x) = x^2 + 3$; $g(x) = sinx$ et $h(x) = \frac{1}{x}$ où la variable $x \epsilon R^*$.

Il demande à ses élèves de :

a) Représenter graphiquement ces fonctions
b) Comparer $f(x)$ et $f(-x)$; $g(-x)$ et $-g(x)$; h(x) et $h(-x)$puis g(x) et g(x + p).
c) Déterminer les caractéristiques algébriques ou graphiques d'une fonction paire, impaire ou périodique.
d) Préciser le centre de symétrie, l'axe de symétrie ou la période selon le cas.

MM5.11 : LIMITES D'UNE FONCTION

A. *Savoirs essentiels*

- Limites d'une fonction
- Calcul des limites

B. *Compétence*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Limites d'une fonction », « Calcul des limites ».

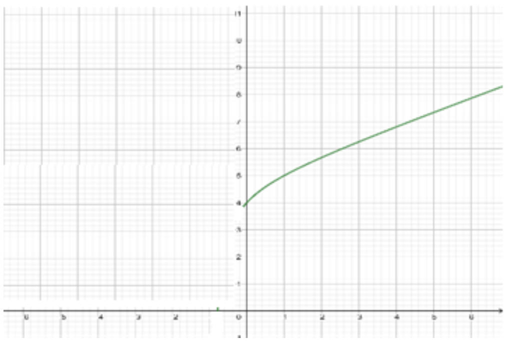
C. *Exemple de situation*

Les élèves de la 3ème année H.SC. de l'Institut TSANGA ont lu que la population d'une contrée donnée a connu une perturbation de croissance, à la suite d'une épidémie. Cette population a évolué selon la fonction $f(x) = \frac{x^2+11x+8}{2x+2}$, où *x* est le nombre d'années et f(x) est exprimée en millions d'habitants.

Cette fonction est représentée par la courbe ci-dessous.

L'enseignant de mathématiques de cette classe demande à ses élèves de (d') :

a) Interpréter le graphique à partir de l'an 2 000, pris comme origine des axes.
b) Trouver la population de ce pays en 2007, en 2001 et en 1999.
c) Estimer cette population si *x* augmente indéfiniment.



D. *Activités*

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition de la limite d'une fonction en un point x_0
	la définition de la limite d'une fonction sur un intervalle donné

Calculer	les limites des fonctions en des points donnés
	les limites des fonctions sur un intervalle donné
	les limites dans le cas où la variable tend vers l'infini
Établir	les règles de calcul des limites
Appliquer	les règles de calcul des limites
Énoncer	les principes de calcul des limites à gauche et des limites à droite
Déterminer	les limites à gauche et les limites à droite des fonctions en un point
Calculer	la limite de certaines fonctions dans les cas d'indétermination
	la limite d'une suite ou d'une série
Appliquer	la démarche ci-dessus à la situation

E. Évaluation

(1) Exemple d'item

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 3}(3x^2-2x+4)$ b) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+4}{3x^2+6x-7}$ c) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt[3]{\frac{2x+4}{3x^2+6x-7}}$

d) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{2x^2+4}{3x^2+6x-7}$ e) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+4}{x^2+x-2}$ f) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-3x+2}$

(2) Situation similaire à traiter :

Une usine fabrique de l'huile de palme dont le coût moyen de fabrication de x litres est donné en FC par f(x) = $\frac{x^2+6x+81}{x}$.

Étudier le comportement de ce coût moyen lorsque x tend vers 0 et lorsque x tend vers +∞.

MM5.12 : CONTINUITE D'UNE FONCTION

A. Savoirs essentiels :

- Continuité d'une fonction
- Interprétation géométrique de la continuité

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Continuité d'une fonction », « Interprétation géométrique de la continuité ».

C. Exemple de situation :

La production d'arachides dans un champ au village Kayi dans le Kongo Central est donnée par la fonction f(x) = x^2 + 2x définie dans R.

Représente graphiquement cette fonction et vérifie si elle est continue.

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Représenter	graphiquement une fonction définie en un point
Restituer	la définition d'une fonction continue à gauche et à droite d'un point donné
	la définition de la continuité d'une fonction en un point
	la définition d'une fonction continue sur un intervalle
Donner	les propriétés des fonctions continues en un point
Appliquer	la démarche ci-dessus à l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Soit la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$
   a) Calculer la limite en un point de cette fonction.
   b) Dire si cette fonction est continue au point d'abscisse - 1.
2) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes et montrer qu'elles sont continues sur cet ensemble :

   a) $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2-x+1}}$ b) $f(x) = \frac{x-\sqrt{x^2-x+1}}{x+\sqrt{x^2-x+1}}$

3) Étudier la continuité de chacune des fonctions suivantes en x_0

a) $f(x) = \frac{3x+2}{4x-2}$ en $x_0 = \frac{2}{3}$ et en $x_0 = \frac{1}{2}$ b) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2}$ en $x_0 = 1$

(2) Situation similaire à traiter :

On donne la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-1}$.

Justifier que f admet un prolongement par continuité en $x_0 = 1$ et préciser ce prolongement.

MM5.13 : ASYMPTOTES

A. *Savoirs essentiels :*

- Méthodes de détermination des asymptotes à une courbe
- Position d'une courbe par rapport à une asymptote

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Méthodes de détermination des asymptotes à une courbe », « Position d'une courbe par rapport à une asymptote ».

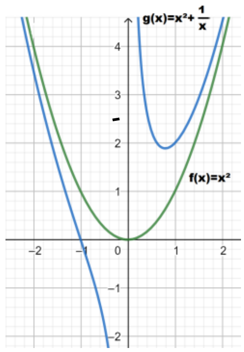
C. *Exemple de situation :*

Un entraînement des avions militaires de type mirage sur les vols acrobatiques est organisé à l'aéroport de N'dolo, à Kinshasa. Les élèves d'une classe de 3ème année des humanités scientifiques d'une école voisine, accompagnés de leur enseignant, observent les trajectoires suivies par trois des avions.

Voici ci-contre les trois trajectoires.

Observe et commente :

La variation de la distance des branches de ces courbes
La variation de la distance d'un point quelconque de la courbe de $g(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ à l'axe des y.



D. *Activités*

1. *Méthodes de détermination des asymptotes à une courbe*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***	
Restituer	la définition d'une asymptote	
Identifier	les différentes sortes d'asymptotes	
Établir	l'équation d'une asymptote	horizontale
		verticale
		oblique

2. *Positions d'une courbe par rapport à une asymptote*

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Restituer</td><td colspan="2">la condition d'existence d'une asymptote</td></tr>
<tr><td colspan="2">les positions possibles d'une courbe par rapport à une asymptote</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Établir</td><td rowspan="2">la condition pour qu'une courbe soit</td><td>à droite ou à gauche d'une asymptote verticale</td></tr>
<tr><td>au-dessus ou en dessous de l'asymptote horizontale ou oblique</td></tr>
<tr><td>Appliquer</td><td colspan="2">la démarche ci-dessus aux deux fonctions données dans l'exemple de situation</td></tr>
</table>

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items :

1. Comment peut-on reconnaître une droite asymptotique à une courbe ?
2. Énumérer les différentes sortes d'asymptotes.
3. Déterminer les conditions d'existence d'une asymptote verticale, horizontale, oblique.
4. Restituer la condition pour que deux courbes soient asymptotiques.
5. Trouver les asymptotes aux courbes d'équations ci-après et déterminer la position de chacune d'elles par rapport à son (ses) asymptote (s) :

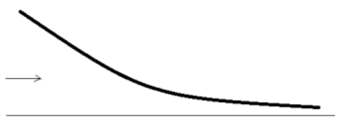
   a) $f(x) = \frac{-3x^2}{x+2}$

   b) b) $g(x) = x - 3 + \frac{x+2}{x^2+x+1}$

(2) Situation similaire à traiter :

DODO se trouve à une certaine distance de la piste d'atterrissage, à l'aéroport de Ndjili à Kinshasa.

Il voit un avion au-dessus de sa tête sur le point d'atterrir et observe sa trajectoire. Il constate que de plus en plus la distance du cockpit au sol diminue à telle enseigne qu'elle semble s'annuler comme représenté ci-contre.



Caractérise la projection orthogonale de la trace de l'avion au sol par rapport à celle du cockpit.

MM5.14 : DERIVEES

A. *Savoirs essentiels :*

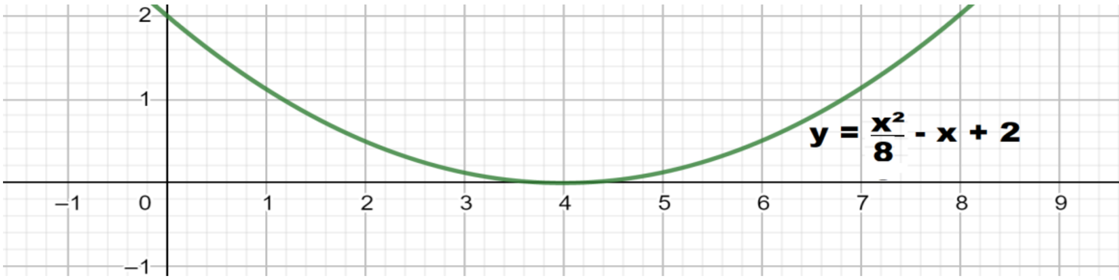
- Fonction dérivable en un point
- Tangente en un point d'une courbe

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Fonction dérivable en un point », «Tangente en un point d'une courbe».

C. *Exemple de situation :*

Le long du boulevard qui mène vers l'aéroport de N'djili, dans la ville province de Kinshasa, il y a une pente entre le quartier Mikondo et le Camp Badara.



L'enseignant de la 3ème année des humanités scientifiques de l'Institut Lumumba a exprimé cette dénivellation par une partie de la courbe de fonction f(x) = $\frac{x^2}{8} - x + 2$.Il demande à ses élèves de déterminer le point de cette pente pour lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation y = – x + 4.

D. *Activités :*

1. *Fonction dérivable en un point*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition d'une fonction dérivable en un point
Déterminer	le domaine de définition de la fonction
Énoncer	la condition pour qu'une fonction soit dérivable en un point et sur un intervalle donné
Calculer	la dérivée d'une fonction dérivable en un point
	la dérivée à gauche et la dérivée à droite en un point
	la dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle donné

2. *Tangente en un point d'une courbe*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Vérifier	si la fonction est définie et dérivable sur un intervalle
Donner	l'interprétation géométrique de la dérivée en un point d'abscisse x_0
Restituer	la définition de la tangente en un point d'abscisse x_0 d'une courbe
Déterminer	le coefficient angulaire de la tangente en (x_0, y_0)
Appliquer	la formule de l'équation de la tangente en un point d'une courbe
Déterminer	les points anguleux, les points de rebroussement de la courbe
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer la dérivée de la fonction $f(x) = x^2 + 5x$, au point d'abscisse $x_0 = 4$
2) Étudier la dérivabilité de la fonction $g(x) = |x - 3| + x^2$ en $x_0 = 3$

(2) Situation similaire à traiter :

Pendant la récréation, deux élèves jouent à la balançoire et un troisième qui les observe note que la trajectoire de cette balançoire est une parabole dont la courbe représentative est la fonction $y = x^2 - 12x + 4$.

Aide-le à déterminer les valeurs de x pour lesquelles la pente de la tangente à cette parabole est égale à 15.

MM5.15 : FONCTIONS DERIVEES

A. Savoirs essentiels :

- Fonction dérivée
- Calcul des dérivées
- Propriétés de la dérivée première

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Fonction dérivée », « Calcul des dérivées », « Propriétés de la dérivée première ».

C. Exemple de situation :

Après l'apparition de la maladie à virus Ebola dans une des contrées de la RD-Congo, les responsables de la santé publique ont estimé que le nombre de personnes frappées par la maladie au jour t à partir du jour d'apparition du 1er cas jusqu'au 25ème jour est :

Pour les enfants de moins de 10 ans : $\mathrm{E(t)} = \mathrm{t}^2(\mathrm{t}+2)$
Pour les femmes : $\mathrm{F(t)} = 45\,\mathrm{t}^2 - \mathrm{t}^3$.
Pour les hommes : $\mathrm{H(t)} = \frac{\mathrm{t}}{\mathrm{t}+1}$
La vitesse de propagation de la maladie est assimilée à la dérivée en fonction de t du nombre de personnes malades pour chaque catégorie.

Aide les responsables de santé à :

a) Calculer la vitesse de propagation de cette maladie pour chaque catégorie au 5ème jour.
b) Étudier le sens de variation de chacune des fonctions sur l'intervalle allant du premier jour au 25ème jour.
c) Déterminer le jour où le nombre de malades est maximal pour chaque catégorie.

D. Activités :

1. Fonction dérivée et calcul des dérivées

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">la définition d'une fonction dérivée</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Établir</td><td colspan="2">les règles de calculs des dérivées des fonctions usuelles</td></tr>
<tr><td rowspan="3">les règles de calcul</td><td>de la dérivée d'une somme ou d'une différence de deux fonctions dérivables</td></tr>
<tr><td>de la dérivée d'un produit d'une fonction dérivable par un réel</td></tr>
<tr><td>de la dérivée d'un produit de deux</td></tr>
</table>

		fonctions dérivables
		de la dérivée d'une puissance d'une fonction dérivable
		de la dérivée d'un quotient de deux fonctions dérivables
Utiliser	les dérivées des fonctions usuelles dans le calcul des dérivées des fonctions composées et réciproques	

2. Sens de variation d'une fonction numérique

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Calculer	la dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle
Étudier	les signes de la fonction dérivée sur cet intervalle
Déduire	le sens de variation de la fonction donnée en fonction du signe de la fonction dérivée sur l'intervalle
Déterminer	les extrema de la fonction
Traiter	l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes **:**

   a) $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 8x + \frac{3}{7}$ *c)* $t(x) = x^2 + (x-3)^3$ *e)* $g(x) = \frac{-x^2+4}{4x}$
   b) $h(x) = (4x-3)\sqrt{x}$ *d) u(x) = sin (2x +*$\frac{\pi}{7}$*)*

2) Soit f définie sur R par : $f(x) = x^3 - 3x + 2$
   Calculer la dérivée f '(x), étudier son signe et dresser son tableau de variation.

(2) Situation similaire à traiter :

La population d'une ville est donnée par la fonction $(t) = \frac{26\,t+10}{t+5}$, avec t le nombre d'années écoulées depuis 2015 et $f(t)$ le nombre d'habitants en milliers. On admet que le rythme de croissance de la population est donné par la dérivée $f'(t)$ de la fonction population.

Question 1 : Calculer $f'(t)$ et en déduire le sens de variation de la population

Question 2 : Calculer le rythme de croissance de la population pour t = 20

Question 3 : Quel rythme de croissance peut-on prévoir en 2040 ?

MM5.16 : PROPRIETES DE LA DERIVEE SECONDE

A. *Savoirs essentiels :*

- Dérivées successives
- Propriétés de la dérivée seconde

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Dérivées successives », « Propriétés de la dérivée seconde ».

C. *Exemple de situation :*

Pour faire voir à ses élèves que la dérivée d'une fonction peut être dérivable, AZIB, enseignant de mathématiques de l'Institut de WUBA dans la province du Kwilu leur propose de dériver la fonction f(x) = (x^2 – x + 1) . sin x; la fonction g(x) = f'(x); la fonction h(x) = g'(x) ainsi que k(x) = h'(x).

Il leur demande ensuite de calculer k'(x) et de déduire que k'(x) est dérivable.

D. *Activités :*

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	les règles de calculs des dérivées de quelques fonctions usuelles
Calculer	la dérivée seconde d'une fonction dérivable
	les dérivées successives d'une fonction dérivable
Étudier	les signes de la dérivée seconde d'une fonction dérivable
Restituer	la définition d'un point d'inflexion d'une courbe
Déterminer	le sens de la concavité d'une fonction dérivable
	les points d'inflexion éventuels de la courbe représentative d'une fonction

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items :

1) Déterminer les dérivées d'ordre 1, 2 et 3 des fonctions suivantes **:**
   a) $f(x) = sin^2x$ b) $h(x) = sin2x$ c) $t(x) = (4x^2 - x - 1)^4$

2) Déterminer le sens de concavité et donner les coordonnées des points d'inflexion éventuels des fonctions définies par :
   a) $f(x) = 2x^4 + 3x^2 + x + 1$
   b) $h(x) = x + sinx$

c) $f(x) = \frac{x^3-4x}{x^2-1}$

d) $f(x) = \frac{4+x}{x^2}$

(2) Situation similaire à traiter :

Un bus scolaire roule de telle manière que son élongation soit fonction du temps t, définie par $x(t) = 2t^2 + 2t + 1$.

Sachant que $x'(t)$ et $x''(t)$ représentent respectivement la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant t,

a) Calculer la vitesse v(t) et l'accélération $\gamma(t)$ à l'instant t;

b) Quelle est la vitesse à l'instant $t = \frac{1}{2}$ s?

MM5.17 : APPLICATIONS DE LA DERIVEE

A. Savoir essentiel :

Applications de la dérivée en économie

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Applications de la dérivée en économie ».

C. Exemple de situation :

L'élève KEBEKO de 3ème HSC de l'Institut Scientifique d'Ilebo a reçu de ses parents un petit fonds pour ouvrir une petite boutique de vente des boissons sucrées. Il estime que le coût de la production de la quantité x de ces boissons, noté C(x), est une fonction définie par $C(x) = x^2 + 4x + 8$.

Ses parents lui demandent de rendre compte de cette activité des vacances.

Aide – le à déterminer le coût moyen, le coût marginal, le coût marginal moyen et le coût minimal moyen par unité de boisson, le revenu total moyen, le revenu total marginal et le profit pour les 1 000 paquets de boisson vendus à 5 000 FC la pièce.

D. Activités

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***	
Restituer	la formule de la dérivée d'une fonction en relation avec la notion de limite	
	les propriétés de la dérivée en rapport avec l'accroissement et les extrema d'une fonction	
Expliquer	les termes	coût de production moyen
		coût de production marginal
		coût minimal moyen par pièce
		revenu total
		revenu marginal total
		profit
		revenu moyen
		revenu marginal
		profit total
		profit total marginal
		offre et demande
Exprimer	la fonction du coût de production moyen $Q(x) = \frac{C(x)}{x}$	

	la variation du coût de production après un accroissement Δx et devient la dérivée au point x_1 si Δx tend vers 0.
	la fonction du coût de production marginal C'(x)
	la fonction du coût de production moyen marginal : Q'(x)
	la fonction du prix : P(x), avec x la quantité sur le nombre de marchandises demandé
	la fonction du revenu total : R(x) = x P(x), avec R'(x) la fonction du revenu total marginal
	le profit par une opération S(x) = R(x) – C(x), avec S' la fonction du revenu marginal
	le point du plus grand profit : S'' avec maximum
Utiliser	les formules précédentes pour répondre aux questions de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Expliquer, en économie, la situation de la production d'une marchandise, lorsque son coût de production est égal à son coût de production marginal.

(2) Situation similaire à traiter :

Soit C(x) la somme totale en dollars dépensée dans la fabrication de 100 rames de biscuits, avec $\mathrm{C(x)} = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$.

1) Trouve la fonction qui donne :
   a) le coût moyen de production;
   b) le coût de production marginal;
   c) le coût marginal moyen.

2) Calcule le coût minimal moyen d'un paquet de biscuits en calculant le point critique de la fonction lorsque Q'(x) = 0.

MM5.18 : SERIE STATISTIQUE A DEUX VARIABLES

A. Savoirs essentiels

- Représentation d'une série statistique à deux variables au moyen d'un nuage des points
- Point moyen d'un nuage des points.

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Représentation d'une série statistique à deux variables au moyen d'un nuage de points », « Point moyen d'un nuage des points ».

C. Exemple de situation :

En vue de concrétiser la prime en Maths des élèves de la 3ème HSC/A de l'Institut MANA de SHAKASONGO dans le territoire d'Ilebo, l'enseignant de mathématiques de cette classe, sur ordre du chef d'établissement, a dû procéder au prélèvement des notes, cotées sur 20, de Mathématiques et de TIC de chaque élève.

Les données recueillies sont reprises dans le tableau ci-dessous :

ELEVE	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
MATHS	6	9	13	9	10	11	9	11	12	14	16	11	14	7	9	12	14	16	11	12
TIC	11	13	12	13	9	10	13	10	9	7	8	13	9	4	3	11	14	8	13	16

L'enseignant demande à ses élèves de :

a) Noter les cotes de chaque élève sous forme de couple.
b) Représenter ces couples de points dans un système cartésien.
c) Déterminer les coordonnées du point moyen
d) Représenter ce point dans le plan cartésien.

D. Activités

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition d'une série statistique à une variable
	la définition d'une série statistique à deux variables
Représenter	une série statistique à deux variables sous forme de tableau
	une série statistique double sous forme d'un tableau à double
	une série statistique double avec regroupement en classes
	une série statistique double par une série statistique marginale
Interpréter	un tableau statistique à double entrée, du point de vue

	algébrique
	un tableau à double entrée, du point de vue statistique
Restituer	la définition du nuage des points
Utiliser	le tableau statistique à double entrée pour représenter une série - par un nuage des points pondérés - par un nuage des tâches
Calculer	les coordonnées du point moyen G d'un nuage de points d'une série statistique à double entrée

E. Évaluation

(1) Exemple d'item :

Expliquer les expressions suivantes :

a) une série statistique double ;

b) un tableau à double entrée marginal ;

c) un nuage de points d'une série statistique double.

(2) Situation similaire à traiter :

Huit exploitations agricoles de la Commune périphérique de la N'sele dans la Ville de Kinshasa ont fourni au Chef de service agriculture de la Commune les données suivantes, où x_i indique la taille de l'exploitation en dizaine d'hectares et y_i, la production du maïs en dizaines de tonnes.

x_i	3	27	51	70	97	106	116	124
y_i	12	20	28	38	47	51	67	77

Représenter le nuage de points correspondant ainsi que le point moyen G du nuage.

MM5.19 : AJUSTEMENT LINEAIRE

A. Savoirs essentiels

- Méthode des moindres carrés
- Considérations graphiques

B. Compétence

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Méthode des moindres carrés », « Considérations graphiques ».

C. Exemple de situation

Les effectifs de classes et les moyennes des résultats des élèves à la fin de l'année scolaire 2018-2019 d'un lycée de Kinshasa sont repris dans le tableau ci-dessous.

Classe	A	B	C	D	E	F
Effectif x_i	20	16	25	14	12	10
Résultats y_i (en %)	60	72	55	70	72	75

Trouve le meilleur ajustement du nuage des points associé à cette série statistique.

D. Activités

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Restituer</td><td colspan="2">le principe de la méthode des moindres carrés</td></tr>
<tr><td colspan="2">la définition de la mesure de l'efficacité d'un ajustement linéaire</td></tr>
<tr><td>Expliquer</td><td colspan="2">à quel moment l'ajustement linéaire est le meilleur</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Restituer</td><td rowspan="2">la définition</td><td>d'une droite de régression</td></tr>
<tr><td>de la covariance d'une série statistique à double caractère (X, Y)</td></tr>
<tr><td>Déterminer</td><td colspan="2">les coefficients (ou paramètres) de la droite de régression qui minimisent une mesure de l'efficacité de l'ajustement</td></tr>
<tr><td>Déduire</td><td colspan="2">l'équation de la droite des moindres carrés</td></tr>
<tr><td>Représenter</td><td colspan="2">graphiquement une droite de régression</td></tr>
<tr><td>Appliquer</td><td colspan="2">la démarche à l'exemple de situation ci-dessus</td></tr>
</table>

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items

1) Expliquer clairement en quoi consiste l'ajustement de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
2) Quand réalise-t-on le meilleur ajustement linéaire ?
3) Représenter graphiquement le nuage de points ainsi que les coordonnées du point moyen G du nuage des points suivants :

x_i	- 50	- 10	30	100	130
y_i	330	250	170	30	-30

(2) Situation similaire à traiter :

Pour une période d'une année, le nombre de touristes entrant dans 7 provinces de la RDC : Nord-Kivu (P_1), Kongo Central (P_2), Haut Katanga (P_3), Lualaba(P_4), Équateur (P_5), Tshopo (P_6) et Sud-Ubangui (P_7), ainsi que les recettes totales correspondantes sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Pays visités	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
Nombre de touristes x_i (en millions)	9,5	7,5	4,5	4,1	3,4	3,1	3
Recette totale y_i (en milliards de FC)	12	10	4	4,5	3,8	4,2	4

Détermine l'équation de la droite de régression de y à x, pour la série statistique double où le nuage est formé par les données ci-dessus.

MM5.20 : SYSTEMES DE COORDONNÉES

A. *Savoirs essentiels :*

- Coordonnées cartésiennes d’un point du plan
- Coordonnées polaires d’un point du plan

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l’élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Coordonnées cartésiennes d’un point du plan », « Coordonnées polaires d’un point du plan ».

C. *Exemple de situation*

En vue de construire une nouvelle ville dans la province du Kasaï Central à la cité KAMULUMBA, le topographe SHAMWANA intercepte un point I de jonction de deux avenues, MALANDJI et LULUA, où il veut construire un rond-point.

Ayant oublié comment situer avec exactitude l’emplacement du point I où sera érigé le rond-point, il recourt à monsieur Dorian, enseignant de mathématiques de la 3ème année des humanités scientifiques, pour remédier à cette situation.

Celui-ci demande à ses élèves de déterminer les coordonnées du point I.

D. *Activités :*

1. *Coordonnées cartésiennes d’un point du plan*

<table>
<tr><th>Actions (de l’élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l’élève)</th></tr>
<tr><td>Disposer</td><td colspan="2">de deux axes perpendiculaires d’origine commune</td></tr>
<tr><td>Placer</td><td colspan="2">un point quelconque dans le plan de ces deux axes</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Restituer</td><td rowspan="2">la définition de</td><td>l’abscisse d’un point</td></tr>
<tr><td>l’ordonnée d’un point</td></tr>
<tr><td>Déduire</td><td colspan="2">les coordonnées cartésiennes de ce point</td></tr>
</table>

2. *Coordonnées polaires*

<table>
<tr><th>Actions (de l’élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l’élève)</th></tr>
<tr><td>Disposer</td><td colspan="2">d’un axe de pôle donné</td></tr>
<tr><td>Placer</td><td colspan="2">un point dans le plan de cet axe</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>du rayon polaire</td></tr>
</table>

Restituer	la définition	de l’angle polaire
Déduire	les coordonnées polaires de ce point	

3. *Lien entre coordonnées cartésiennes et polaires*

Actions ***(de l’élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l’élève)***
Tracer	deux axes cartésiens orthogonaux
Déterminer	les coordonnées cartésiennes (x, y) et les coordonnées polaires (ρ, ω) d’un même point quelconque du plan
Exprimer	x en fonction de ρ et ω : x = ρ cos ω
	y en fonction de ρ et ω : y = ρ sin ω
Établir	les relations de ρ et ω en fonction de x ou de y : $cos\omega = \frac{x}{\rho}$; sin $\omega = \frac{y}{\rho}$; $\rho^2 = x^2 + y^2$

E. *Évaluation*

(1) Exemples d’items :

1) Représente graphiquement les points A (3,2); B(-2,1); C(-3,-3) et D(0,2) sur le plan déterminé par deux axes cartésiens orthogonaux.
2) Exprime en coordonnées cartésiennes les coordonnées des points
   M(2, 30°) et P(2, $\frac{3\pi}{4}$).

(2) Situation similaire à traiter :

Dans la cour d’une école, un drapeau est hissé dans un parterre triangulaire dont les milieux des côtés sont des points dont les coordonnées respectives sont M(1, -2); N (5, -3) et K (2, 5).

Détermine les coordonnées des sommets de ce triangle.

MM5.21 : POINTS DU PLAN

A. Savoir essentiel

Changement de repère par translation et par rotation d'axes

B. Compétence

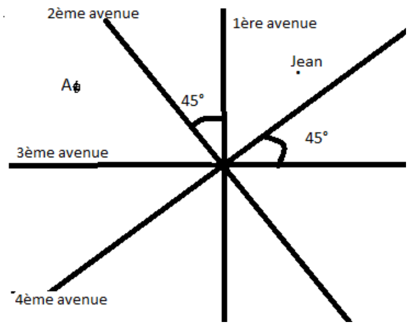
Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Changement de repère par translation et par rotation d'axes ».

C. Exemple de situation

KIAF vient d'arriver pour la première fois à Kinshasa. Il ne retrouve malheureusement pas le papier sur lequel est inscrite l'adresse de son frère.

Il l'appelle alors pour lui dire qu'il se trouve en un point A, non loin d'un rond-point situé au croisement de quatre avenues, dont deux quelconques qui se suivent forment un angle de 45°.

Aide l'aîné à retrouver son jeune frère et à établir la relation entre les distances données par KIAF, comme sur le dessin ci-contre.



D. Activités

1. *Translation d'axes et rotation d'axes*

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une translation d'axes
	la définition de la rotation d'axes d'angle donné
Établir	les relations entre les nouvelles et les anciennes coordonnées après une translation d'axes
	les relations entre les nouvelles et les anciennes coordonnées après une rotation d'axes
Appliquer	la formule de la translation d'axes
	la formule de la rotation d'axes

2. *Translation suivie d'une rotation d'axes*

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Établir	les nouvelles coordonnées (x', y') des points (x, y) par translation d'axes
Déterminer	les nouvelles coordonnées (x'', y'') des points (x', y') par rotation

	d'axes
Déduire	les relations entre les coordonnées (x, y) du point donné et les coordonnées (x'', y'') de ce point après translation et rotation combinées

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) On transporte les axes parallèlement au point O' (1, -3). Quelles seront les nouvelles coordonnées du point A (4, - 2) ?
2) Trouver les nouvelles équations des courbes ci-dessous après translation des axes à la nouvelle origine donnée O'.

a) $y^2 - 2y - 3x - 5 = 0$ et O' (- 2, 1)

b) $y^2 + x^2 + 4y - 6x - 12 = 0$ et O' (3, - 2)

3) Trouver les nouvelles équations transformées des courbes ci-après après une rotation d'axes d'un angle α indiqué.

a) $y^2 + 2xy + x^2 = 0$; $\alpha = 60°$

b) $x^2 + 2xy + 4x - 4y = 0$; $\alpha = -45°$

(2) Traitement de la situation similaire

Que devient l'équation $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ dans une rotation d'axes qui transforme le point B (2, 0) en B $(-1, -\sqrt{3})$?

MM5.22 : ÉQUATIONS D'UNE DROITE

A. Savoirs essentiels :

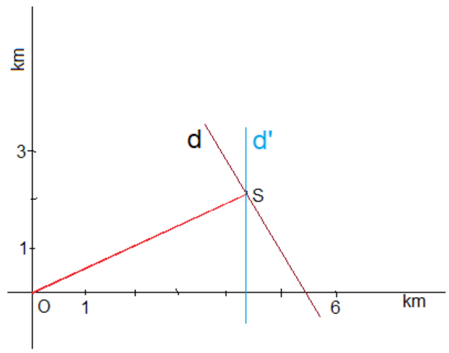
- Distance de deux points
- Équations d'une droite et leurs applications

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Distance de deux points », « Équations d'une droite et leurs applications ».

C. Exemple de situation :

Les élèves de la 3ème année des humanités scientifiques vont en excursion dans un site situé à quelques kilomètres de leur école.
Sur le croquis ci-contre, les axes de coordonnées, les droites d et d' représentent des routes ; l'origine des axes représente l'école et le point S, le site.
Trouve :
La distance du site à l'école.
La distance du site à chacune des routes.
L'équation polaire de chacune des droites.



D. Activités :

1. Distance de deux points A et B

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Déterminer	les coordonnées des points A et B
Dégager	la formule de la distance de deux points quelconques à partir du théorème de Pythagore
Déduire	la formule de la distance de deux points situés sur un même axe
	la formule de la distance d'un point à l'origine
Appliquer	la formule de la distance de deux points à la situation ci-dessus

2. *Équations d'une droite et leurs applications*

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Déterminer</td><td colspan="2">l'équation cartésienne d'une droite</td></tr>
<tr><td colspan="2">l'équation polaire d'une droite</td></tr>
<tr><td colspan="2">l'équation normale d'une droite</td></tr>
<tr><td colspan="2">l'équation d'un faisceau de droites</td></tr>
<tr><td colspan="2">l'équation globale de deux droites</td></tr>
<tr><td>Normaliser</td><td colspan="2">une équation cartésienne pour obtenir une équation de Hesse</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Utiliser</td><td rowspan="3">l'équation normale pour avoir</td><td>la distance d'un point à une droite</td></tr>
<tr><td>l'aire d'un triangle</td></tr>
<tr><td>les équations des bissectrices des angles de deux droites</td></tr>
<tr><td rowspan="2">l'équation cartésienne pour trouver</td><td>un élément du faisceau à partir d'une équation d'un faisceau de droites</td></tr>
<tr><td>les droites à partir de leur équation globale</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Trouver la forme normale des équations suivantes :

   a) 4x +3y + 9 = 0 b) x + y + 8 = 0

2) Calculer la distance du point M (1, -2) à la droite d'équation 4x - 3y - 9 = 0.
3) Trouver le point fixe du faisceau d'équation $(4x + 3y - 7) + k(\mathrm{x} + \mathrm{y} - 2) = 0$
4) Séparer les droites d'équation globale $3y^2 + 5xy + 2x^2 + 11y + 7x - 4 = 0$

(2) Situation similaire à traiter :

On considère trois routes qui se croisent deux à deux et forment un triangle. Les côtés représentant les routes de ce triangle sont des droites d'équations respectives : 4y – 3x – 13 = 0 ; y + 2x – 6 = 0 et y – x + 6 = 0.

Détermine :

1) L'aire de la surface du triangle ainsi formé.
2) Les coordonnées du point d'intersection des bissectrices des angles de ce triangle.

MM5.23 : CERCLES ET DROITES

A. *Savoirs essentiels :*

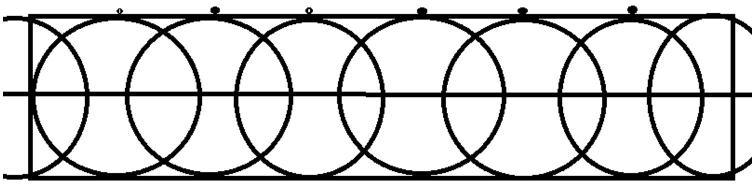
- Équation d'un cercle
- Positions relatives d'un cercle et d'une droite
- Intersection d'un cercle et d'une droite

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Équation d'un cercle », « Positions relatives d'un cercle et d'une droite », « Intersection d'un cercle et d'une droite ».

C. *Exemple de situation :*

Le Collège LANKWAN de la Ville d'IDIOFA dans la province éducationnelle de KWILU 3 a décidé, en concertation avec les parents des élèves, de la construction d'une clôture en durable, surmontée de fils barbelés sous la forme ci-dessous :



Sur instruction du Chef d'établissement, l'enseignant de la classe de 3èmeannée des humanités scientifiques demande à ses élèves de :

- trouver la longueur des fils barbelés à acheter
- déterminer la forme de montage de ces fils antivols sur la clôture.

D. *Activités*

1. Équations du cercle

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition du cercle
Traduire	la propriété selon laquelle la distance d'un point quelconque du cercle vaut R, en coordonnées cartésiennes ou polaires
Déduire	les équations cartésienne et polaire du cercle

2. Positions d’un point A par rapport à un cercle C

Actions *(de l’élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l’élève)*
Déterminer	le centre et le rayon du cercle
Calculer	la distance d’un point donné au centre du cercle
Comparer	le rayon du cercle à la distance du point au centre du cercle
Conclure	la position du point par rapport au cercle

3. Positions d’une droite d par rapport à un cercle C

Actions *(de l’élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l’élève)*
Restituer	les positions relatives d’une droite par rapport à un cercle
Résoudre	le système formé par les équations de la droite et le cercle
Déduire	les différentes positions de la droite par rapport au cercle, selon qu’il existe deux points, un seul point ou aucun point d’intersection

4. Tangentes à un cercle

Actions *(de l’élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l’élève)*
Restituer	la définition d’une tangente en un point d’une courbe
Écrire	l’équation de la tangente en un point d’un cercle
	les équations des tangentes issues d’un point extérieur à un cercle
	les équations des tangentes parallèles à une direction donnée
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d’items :

a) Trouver l’équation du cercle de centre C(4, -3) et de rayon R=5.

b) Trouver l’équation du cercle de centre C(1,2) et passant par le point A (3, -1).

c) Trouver l’équation du cercle de centre C (-3, -5), tangente à la droite 12x +5y – 4 = 0

(2) Situation similaire à traiter :

L’élève BRINA de 3ème HSC du Lycée MASONGA de PINDI, dans le territoire de BULUNGU au KWILU, a dessiné une maquette d’une piscine de forme circulaire de centre C (1, 6). Sur cette maquette, la piscine touche à un côté du jardin de l’école. Ce côté est une droite d’équation x – y – 1 = 0. Trouve l’équation du cercle de cette piscine.

MM5.24 : POSITIONS DES CERCLES DU PLAN

A. *Savoirs essentiels*

- Positions relatives de deux cercles
- Intersection de deux cercles
- Angle de deux cercles
- Faisceau des cercles

B. *Compétence*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Positions relatives de deux cercles », « Intersection de deux cercles », « Angle de deux cercles », « Faisceau des cercles ».

C. *Exemple de situation*

Les élèves de la 3ème année H.SC. de l'Institut KANGU sont allés voir comment se fait l'embarquement des fûts d'huile dans un camion à destination de Matadi.

Leur enseignant de mathématiques demande à ses élèves de :

a) Noter les différentes positions relatives des traces circulaires laissées par les tonneaux et tonnelets, prises deux à deux.

b) Déterminer l'angle et les points d'intersection de deux cercles des figures ci-dessous représentant les traces de fûts.

Fig. 1

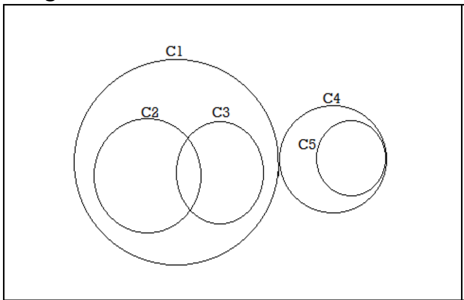
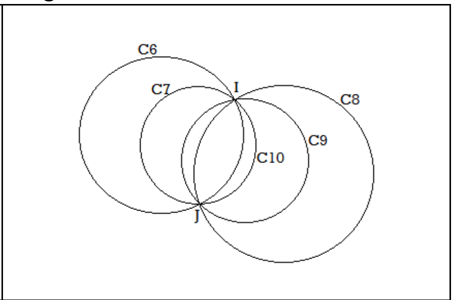


Fig. 2



D. *Activités*

1. *Positions relatives de deux cercles du plan*

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Citer	toutes les positions relatives de deux cercles
Comparer	la distance des centres à la somme des rayons pour les cercles extérieurs

	la distance entre les centres et la différence des rayons, prise en valeur absolue, pour les cercles intérieurs l'un à l'autre
Tirer	la conclusion pour chaque position

2. *Intersection de deux cercles du plan*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition de la corde commune de deux cercles
Établir	l'équation de la corde commune des deux cercles
Trouver	les coordonnées des points d'intersection de la corde commune avec l'un des deux cercles
Déduire	les coordonnées des points d'intersection des deux cercles

3. *Angle de deux cercles du plan*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Appliquer	le théorème de Pythagore généralisé au triangle dont les sommets sont les centres des cercles et l'un de leurs points d'intersection
Déduire	l'angle des deux cercles
Établir	la condition d'orthogonalité de deux cercles
Caractériser	le cercle orthotomique

4. *Faisceau des cercles*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Donner	la caractéristique commune de tous les cercles du faisceau
Restituer	la définition d'un faisceau des cercles
Établir	l'équation d'un faisceau des cercles
Expliciter	la signification du paramètre dans l'équation $C_1 + \lambda C_2 = 0$
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

E. *Évaluation*

(1) Exemples d'items

1) On considère les cercles suivants $(C_1) : 2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 8 = 0$ et $(C_2) : x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$.
   a) Déterminer la position relative de ces cercles.
   b) Trouver les coordonnées de leurs points d'intersection.
   c) Quel est l'angle formé par ces deux cercles ?
2) Établir l'équation du cercle passant par le point $(2, -1)$ ainsi que

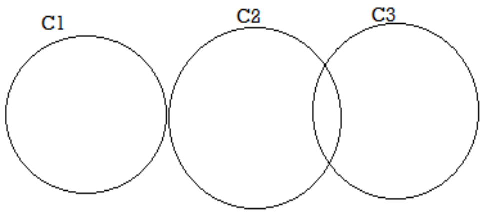
par les points d'intersection du cercle (C_3) : $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ avec le cercle

(C_4) : $x^2 + y^2 + 4x – 2y + 3 = 0$.

(2) Situation similaire à traiter

Les femmes du quartier KITOKO puisent de l'eau d'un puits. Elles alignent leurs seaux les uns à la suite des autres en les avançant progressivement vers le puits. A la fin, ces seaux ont laissé des traces au sol.

NIEMA, élève de ce quartier, a représenté sur une feuille de papier ces traces par des cercles de centres et rayons respectifs $C_1(2,3)$ et $R_1= 2$; $C_2(-1,2)$ et $R_2 = 3$ puis $C_3(-2,-3)$ et $R_3= 1$.



Aide NIEMA à :

a) Déterminer les positions relatives de ces cercles pris deux à deux.
b) Calculer les coordonnées des points d'intersection des cercles (C_2) et $C_3)$.
c) Trouver l'angle formé par les cercles (C_1) et (C_3).
d) Écrire l'équation du faisceau des cercles passant par les points d'intersection des cercles (C_2) et (C_1).

MM5.25 : VECTEURS DE L'ESPACE

A. Savoirs essentiels

- Repérage des points de l'espace
- Vecteurs de l'espace
    - Vecteur, somme des vecteurs, produit d'un vecteur par un réel
    - Relation de Chasles

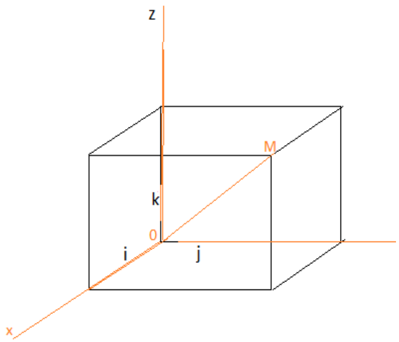
B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Repérage des points de l'espace », « Vecteurs de l'espace : vecteur, somme des vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, relation de Chasles ».

C. Exemple de situation

L'enseignant de mathématiques annonce que tout point d'un parallélépipède rectangle est repéré par trois nombres, ses coordonnées : l'abscisse, l'ordonnée, et l'altitude ou cote.

VAINQUEUR, élève de la 3ème année des humanités scientifiques ne sait pas retrouver les coordonnées du point M sur le croquis ci-contre.



Aide – le à identifier ces coordonnées.

D. Activités

<table>
<tr><th>Actions (de l'élève)</th><th colspan="2">Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)</th></tr>
<tr><td>Identifier</td><td colspan="2">le repère des points de l'espace</td></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">la définition d'un vecteur de l'espace</td></tr>
<tr><td>Caractériser</td><td colspan="2">les vecteurs de l'espace</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Déterminer</td><td colspan="2">les coordonnées d'un point de l'espace</td></tr>
<tr><td colspan="2">les composantes d'un vecteur</td></tr>
<tr><td>Placer</td><td colspan="2">un point dans l'espace</td></tr>
<tr><td>Restituer</td><td colspan="2">la définition de la norme d'un vecteur</td></tr>
<tr><td>Calculer</td><td colspan="2">la norme d'un vecteur</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Établir</td><td rowspan="2">les propriétés</td><td>de la somme des vecteurs</td></tr>
<tr><td>du produit d'un vecteur par un réel</td></tr>
<tr><td colspan="2">la relation de Chasles</td></tr>
</table>

E. Évaluation

(1) Exemples d'items

1) Représenter graphiquement les points de coordonnées :
   a) x = 3, y =2, z = 4 b) x= 4, y = -2, z = - 5 c) x =1, y = 3, z = 2
2) Calculer la norme de chacun des vecteurs suivants :
   a) $\overrightarrow{AB}$ (2, - 3, 1) b) $\vec{v}$ (1, -2, 0) c) $\vec{q} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \vec{k}$

(2) Situation similaire à traiter

Placer le point P de coordonnées (2,3,4) dans un repère (0, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) et calculer la norme de $\overrightarrow{OP}$.

MM5.26 : PRODUIT SCALAIRE DANS L'ESPACE

A. Savoir essentiel :

Produit scalaire dans l'espace

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Produit scalaire dans l'espace ».

C. Exemple de situation :

Une salle de classe de la 3ème HSC du Collège UFUTA de Kilembe dans la province du KWILU a la forme d'un parallélépipède rectangle. Sa longueur, sa largeur et sa hauteur sont considérées comme un repère affine (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) dont O est un sommet de la base.

Trois ampoules électriques sont suspendues à son plafond à l'aide des crochets aux points A (-2, 1, 3), B(1, -2, 4) et C(a, 5, 3) .

L'enseignant de mathématiques de cette classe demande à ses élèves de déterminer la valeur de *« a »* pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient orthogonaux.

D. Activités

1. *Produit scalaire dans l'espace*

Actions (de l'élève)	***Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition d'un vecteur dans un plan
	l'expression analytique du produit scalaire de deux vecteurs dans le plan
	les produits scalaires $\vec{u}.\vec{v}$, - lorsque $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires - lorsque $\vec{u}=\vec{v}$ (carré scalaire)
Donner	les composantes d'un vecteur de l'espace
	les composantes des 3 vecteurs-unités dans l'espace
	les composantes du vecteur nul dans l'espace
Exprimer	le produit scalaire dans l'espace sous forme trigonométrique , vectorielle et analytique
Établir	la condition d'orthogonalité de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, dans l'espace
Conclure	de l'orthogonalité du vecteur $\vec{o}$ à tout vecteur de l'espace

2. *Propriétés algébriques du produit scalaire*

Actions (de l'élève)	***Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Établir	les règles de calcul du produit scalaire dans l'espace
Restituer	la définition du vecteur normal à un plan de l'espace
Calculer	la valeur de « *a* » dans l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

a) On donne les vecteurs $\vec{u}$ (4; 2; -6) et $\vec{v}$ (-5; 3; -2).
Trouver le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$.
b) Soient deux vecteurs $\vec{u}$= 6$\vec{\imath}$ -3$\vec{\jmath}$ + 2$\vec{k}$ et $\vec{v}$ = 2$\vec{\imath}$ +$\vec{\jmath}$ – 3$\vec{k}$.
Trouver : 1) les composantes de $\vec{u}$ sur la droite de direction $\vec{v}$;
2) cos($\vec{u}$, $\vec{v}$) .

(1) Situation similaire à traiter :

Prouve par le calcul vectoriel que les points A (4, 9, 1), B(-2, 6, 3) et C(6, 3, -2) sont les sommets d'un triangle rectangle.

MM5.27 : CALCUL MATRICIEL

A. *Savoirs essentiels :*

- Notions de matrice
- Opérations sur les matrices

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions de matrice », « Opérations sur les matrices ».

C. *Exemple de situation :*

Dans sa vocation de former l'élite du pays, un lycée privé à Bandundu-Ville, dans la province du KWILU, ne prime que l'élève qui obtient au moins 70 % des points en Sciences : Maths, SVT, SPTIC.

Le tableau ci-après décrit les résultats, notés chacun sur 10 points, du meilleur élève de la classe de 3ème année des humanités scientifiques :

	MATH	**SVT**	**SPTIC**
1ère période	7	8	8
2ème période	5	7	4
3ème période	4	7	5
4ème période	6	8	6

Monsieur TABUKU, enseignant des mathématiques et titulaire de cette classe sait que les notes sont à multiplier par le coefficient de pondération dont 7 pour Math, 4 pour SVT et 7 pour SPTIC.

Soucieux du sort que le critère réserverait à cet élève, il demande à ses élèves de :

a) Présenter sous forme matricielle, le calcul des résultats en Sciences, obtenus par cet élève aux quatre périodes ;
b) Déterminer la position de l'élève par rapport au critère.

D. *Activités :*

1. *Notions de matrice*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Placer	des objets a, b, c, d, … aux croisements des lignes et des colonnes d'un tableau rectangulaire pour avoir une matrice

Généraliser	le tableau (la matrice) de m lignes et n colonnes, en notant les objets par a_{ij} tel que i est la ligne ($1 \leq i \leq m$) et j la colonne ($1 \leq j \leq n$), où l'objet ciblé est situé
Identifier	quelques matrices particulières
	deux matrices ayant les mêmes éléments pour chaque i et j donnés (éléments homologues)
Déduire	l'égalité de deux matrices

2. *Opérations sur les matrices*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Additionner	les éléments homologues de deux matrices ayant chacune *m* lignes et *n* colonnes
Déduire	la multiplication d'une matrice M par un scalaire k
	l'opposé (- M) d'une matrice M
Identifier	deux matrices A et B dont le nombre de colonnes de la première est égal au nombre de lignes de la deuxième
Additionner	les produits terme à terme de chaque ligne par chaque colonne
Déduire	la multiplication de deux matrices
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Restituer la définition d'une matrice.
2) Identifier les éléments a_{25}, a_{13}et a_{41} d'une matrice M.

3) On donne: A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, C= $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$,

D = $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ et E = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Calculer : A + D; A . B; A . E; 10.C et C^2

4) On donne: M = N = $(1 \quad 2 \quad 3 \quad 4)$; T = $(-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1)$ et L = $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Effectuer (M + N – T) . L

(2) Situation similaire à traiter :

Pour l'année scolaire en cours et peu avant la manifestation de remise des prix aux meilleurs élèves de classes, une école dispose les informations suivantes :

	Nombre d'élèves à primer	Prix à gagner	Coût du prix à gagner (en FC)
1er prix	3	1 uniforme	25 000
2ème prix	5	1 paquet de 50 stylos chacun	20 000
3ème prix	2	1 paquet de 5 gros cahiers	10 000

L'enseignant de mathématiques de la 3ème année des humanités scientifiques de l'école demande à ses élèves de calculer le coût total des prix à gagner, en se servant du calcul matriciel**.**

MM5.28 : DETERMINANTS

A. *Savoirs essentiels :*

- Notion de déterminant
- Calcul des déterminants
- Propriétés des déterminants
- Application du calcul des déterminants à la résolution des systèmes d'équations linéaires

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Notions de déterminant », « Calcul des déterminants », « Propriétés des déterminants », « Application du calcul des déterminants à la résolution des systèmes d'équations linéaires ».

C. *Exemple de situation :*

ANDREAS, EMMANUEL et ANNETTE, élèves de la $3^{ème}$ année des humanités scientifiques au Collège Samuel LEVI à Kinshasa, sont allés acheter des articles au super marché.

ANDREAS a acheté 3 paquets de cahiers, 1 paquet de stylos rouges et 2 boîtes de couleur. EMMANUEL a acheté 4 paquets de cahiers et 6 boîtes de couleur. ANNETTE, à son tour, a acheté 4 paquets de cahiers, 2 paquets de stylos et 1 boîte de couleurs.

A leur retour, leur professeur de mathématiques en fait un problème de tous les collègues.

Il demande à la classe de calculer le montant dépensé si le prix unitaire de chaque article est de 4 000FC.

D. *Activités :*

1. Notions et calcul de déterminants

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Constituer	un tableau ayant le même nombre de lignes que de colonnes, appelées rangées
Associer	à une matrice carrée un déterminant
Restituer	la règle de Sarrus dans le calcul des déterminants d'ordre 3
	la méthode des mineurs et des cofacteurs d'un déterminant
Calculer	un déterminant suivant les éléments d'une rangée
Appliquer	les propriétés des déterminants dans les calculs.

2. *Résolution des systèmes d'équations linéaires*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la forme générale d'un système de m équations linéaires à m inconnues
Calculer	le déterminant principal associé à la matrice déduite du système
	les déterminants caractéristiques
Exprimer	les conditions d'existence ou non de la solution
Trouver	la solution unique du système

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

a) Calculer les déterminants suivants :

1) $\begin{vmatrix} 6 & -4 & 10 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 8 & 1 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

b) Résoudre dans **R** les équations suivantes :

1) $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 0$ 2) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 3 & x & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0$

c) Résoudre le système d'équations linéaires $\begin{cases} 2x + y + 3z = 9 \\ x - 2y + z = -2 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$

(2) Situation similaire à traiter :

MAKILI, BOLA et KASA achètent les mêmes articles $x, y\ et\ z$ dans une boutique. MAKILI paie 5 milliers de FC et prend deux articles x, un article y puis trois articles z à crédit . BOLA paie 5 milliers de FC et prend trois articles x, deux articles$z$ puis deux articles y à credit. KASA paie 16 milliers de FC et achète cinq articles , puis prend trois articles$y$ et un article z à credit.
Calcule le prix de chaque article $x, y\ et\ z$.

MM5.29 : INTERSECTION DES PLANS

A. *Savoirs essentiels :*

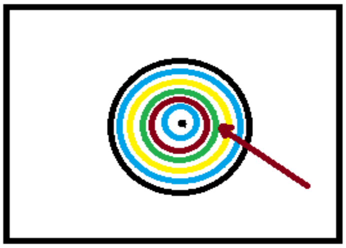
- Intersection d'une droite et d'un plan
- Intersection de deux plans

B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Intersection d'une droite et d'un plan », « Intersection de deux plans ».

C. *Exemple de situation :*

Lors d'une fête au Lycée NTETEMBUA de Matadi, au Kongo Central, plusieurs jeux sont organisés. Les élèves de la 3ème année des humanités scientifiques et leur enseignant de mathématiques sont devant le stand du jeu d'adresse qui consiste à lancer une flèche sur un panneau à cercles concentriques : les points sont attribués en fonction de la distance du point d'impact au centre des cercles.



Le lendemain, l'enseignant demande à ses élèves de représenter sur une épure le point de percée d'une droite représentant la flèche dans le plan du panneau.

D. *Activités :*

1. Intersection d'un plan projetant et d'un plan

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Caractériser	chaque plan projetant
Représenter	le plan projetant et le plan quelconque
	la trace de chaque plan projetant, si les deux plans sont projetant
Confondre	une des projections de la droite d'intersection des deux plans avec la trace du plan projetant
	les traces avec les projections de la droite d'intersection des deux plans projetant, si les deux plans sont projetant
Appliquer	la règle des points d'appui pour avoir l'autre projection de la droite d'intersection

2. Intersection d'une droite et d'un plan : point de percée

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Identifier	un plan qui projette la droite donnée *d*
	la première projection du point d'intersection de la trace du plan projetant avec la projection correspondante de la droite donnée, si le plan est projetant
Déterminer	la droite id' intersection de la droite donnée avec le plan projetant considéré
Trouver	le point de percée P de la droite dans le plan, intersection de la droite donnée avec la droite d'intersection$i$
	la deuxième projection du point sur l'autre projection de la droite donnée, si le plan est projetant

3. Intersection de deux plans quelconques

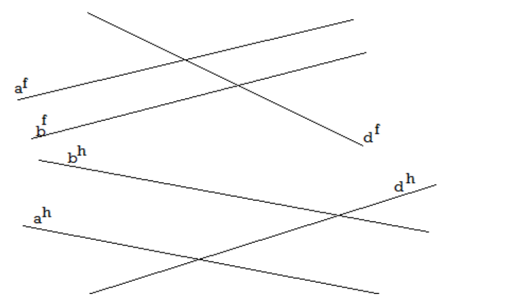
Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Identifier	une droite de chaque plan
Déterminer	le point de percée de la droite du 1er plan dans le 2ème
	le point de percée de la droite du 2ème plan dans le 1er
Relier	les deux points de percée pour avoir la droite d'intersection des deux plans quelconques

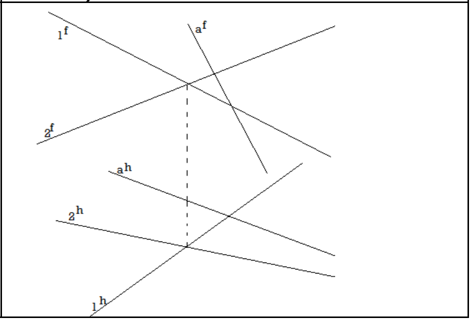
E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

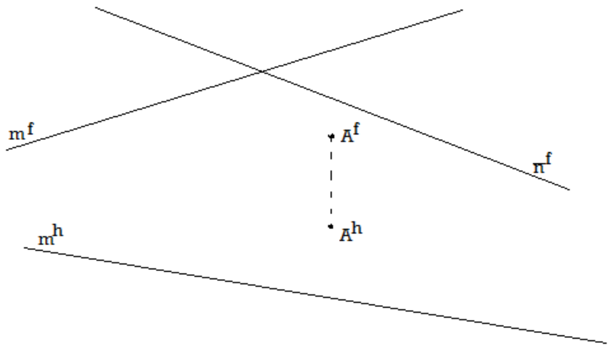
1. Déterminer le point de percée dans chacun des cas suivants :

a) De la droite *d* dans le plan (*a, b*)	b) De la droite *a* dans le plan (*1, 2*)





2. Trouver la droite *b*, intersection du plan de bout π avec le plan $\beta \equiv (m, A)$



(2) Situation similaire à traiter :

On donne :

- Les plans $\alpha \equiv (1,2)$ et $\beta \equiv (3,4)$
- Le cadre : 210 x 330

$$1 \equiv \begin{cases} 1^v \begin{cases} (0,57) \\ (210,203) \end{cases} \\ 1^h \begin{cases} (0,290) \\ (203,0) \end{cases} \end{cases} \quad 2 \equiv \begin{cases} 2^v \begin{cases} (0,200) \\ (-,-) \end{cases} \\ 2^h \begin{cases} (0,140) \\ (210,39) \end{cases} \end{cases}$$

$$3 \equiv \begin{cases} 3^v \begin{cases} (0,82) \\ (120,277) \end{cases} \\ 3^h \begin{cases} (-,-) \\ (21,0) \end{cases} \end{cases} \quad 4 \equiv \begin{cases} 4^v \begin{cases} (0,187) \\ (187,330) \end{cases} \\ 4^h \begin{cases} (0,25) \\ (210,282) \end{cases} \end{cases}$$

On demande de déterminer :

a) La droite i d'intersection des plans α et β.
b) Le point de percée P de la droite i avec le second bissecteur.

MM5.30 : POSITIONS DES DROITES ET DES PLANS

A. *Savoirs essentiels :*

- Droites et plans parallèles
- Droites et plans perpendiculaires

B. *Compétence :*

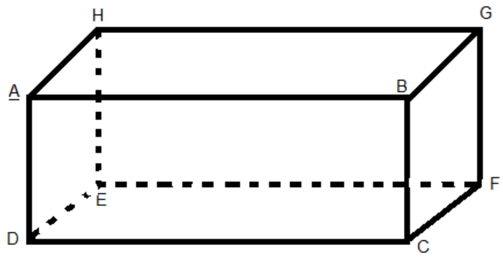
Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Droites et plans parallèles », « Droites et plans perpendiculaires ».

C. *Exemple de situation :*

Un enseignant de la 3ème année des humanités scientifiques veut faire comprendre à ses élèves les conditions de parallélisme et de perpendicularité des droites et des plans dans l'espace. Il dispose d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH, comme représenté ci-dessous. Les arêtes sont considérées comme des droites et les faces comme des plans.

Il leur demande d'identifier :

a) les arêtes et les faces du parallélépipède,
b) les faces parallèles à l'arête AB ;
c) les faces parallèles à la face ABCD ;
d) les arêtes orthogonales à l'arête AD ;
e) les faces perpendiculaires à l'arête AD ;
f) les faces perpendiculaires à la face ADEH



Activités :

1. *Droites et plans parallèles*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Donner	la condition nécessaire et suffisante pour qu'une droite soit parallèle à un plan
Restituer	quelques propriétés des droites et plans parallèles

Tracer	par un point donné, une parallèle à un plan donné
	par une droite donnée, le plan parallèle à une deuxième droite donnée
	par un point donné, le plan parallèle à deux droites données coplanaires ou à deux droites gauches
	par un point donné, la droite s'appuyant sur deux droites gauches données
	la droite parallèle à une droite donnée et s'appuyant sur deux autres droites gauches données
Utiliser	les conditions de parallélisme des droites et plans pour résoudre certains problèmes de la vie courante

2. Droites et plans perpendiculaires

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Donner	la condition nécessaire et suffisante pour qu'une droite soit perpendiculaire à un plan
Restituer	quelques propriétés des droites et plans perpendiculaires
Tracer	par un point donné, la droite perpendiculaire à un plan donné
Restituer	la définition de la distance d'un point à un plan
Donner	le procédé à suivre pour avoir la distance d'un point à un plan donné
Tracer	par une droite donnée, le plan perpendiculaire à un plan donné
	par un point donné, le plan perpendiculaire à une droite donnée
	par un point donné, la droite perpendiculaire à une droite donné
Restituer	la définition de la distance d'un point à une droite
Donner	le procédé à suivre pour avoir la distance d'un point à une droite donnée
Utiliser	les conditions de perpendicularité des droites et plans pour résoudre certains problèmes de la vie courante

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Donner :
   a) deux propriétés des droites et plans parallèles
   b) deux propriétés des droites et plans perpendiculaires

2) Énoncer la condition nécessaire et suffisante pour qu'une droite soit :
   a) parallèle à un plan
   b) perpendiculaire à un plan
3) Donner le procédé à suivre pour trouver la distance d'un point à un plan.

(2) Situation similaire à traiter :

On donne un point A et une droite d.

On demande de déterminer la distance du point A à la droite d.

A $\begin{cases} A^v(115,178) \\ A^h(-,73) \end{cases}$ d $\begin{cases} d^v(0,160);(180,130) \\ d^h(0,145);(132,0) \end{cases}$

MM5.31 : REPRESENTATION DES POLYEDRES

A. *Savoirs essentiels :*

- Représentation des polyèdres
- Section plane

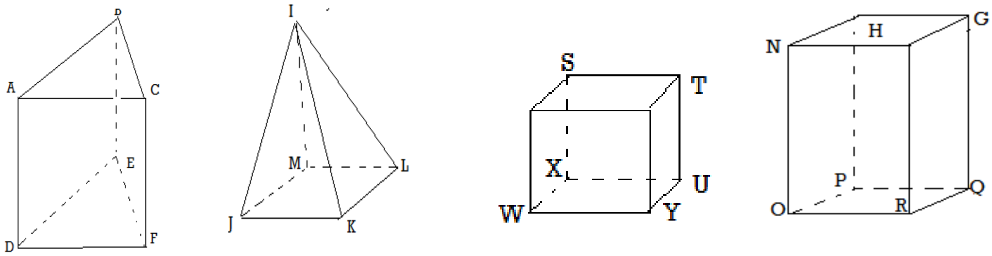
B. *Compétence :*

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Représentation des polyèdres », « Section plane ».

C. *Exemple de situation :*

KASONGA, élève de la 3ème année des humanités scientifiques, observe un charpentier qui ajuste la longueur des chevrons de la toiture en découpant des bouts de bois. Les morceaux qui tombent ont diverses formes et se présentent différemment selon la position sous laquelle KASONGA les observe.

Le lendemain, il apporte à son enseignant de mathématiques les croquis ci-dessous, faits de ces morceaux de bois.



L'enseignant demande à ses élèves de :

- Représenter les projections horizontales et frontales de chaque corps dessiné.
- Déterminer les projections de la section faite par la scie sur le bois.

D. *Activités :*

1. *Représentation des polyèdres*

Actions ***(de l'élève)***	**Contenus** ***(sur lesquels portent les actions de l'élève)***	
Restituer	la définition d'un polyèdre	
Distinguer	les types de polyèdres	
Représenter	l'épure	des éléments d'un polyèdre
		des arêtes vues et des arêtes cachées

2. *Section plane*

Actions *(de l'élève)*	**Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)***
Restituer	la définition de la section plane
Énoncer	les méthodes de recherche de la section plane
Appliquer	une méthode pour rechercher la section plane

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1. Comment procéder pour ponctuer une épure d'un corps plein et opaque :
   a) En projection frontale ?
   b) En projection horizontale ?
2. Citer les deux méthodes de recherche de la section plane.
   Laquelle est la mieux indiquée ? Pourquoi ?

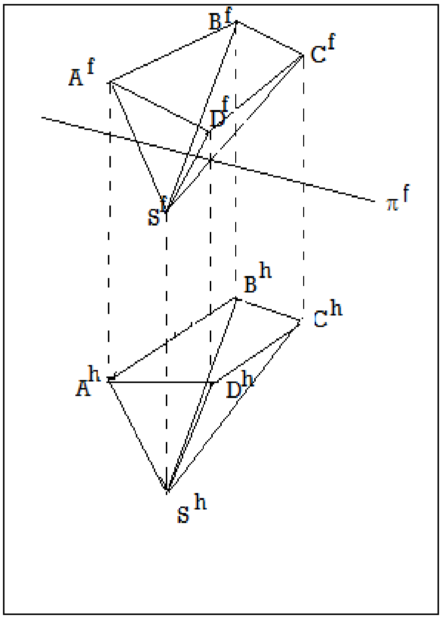
(2) Situation similaire à traiter :

a) Considère la figure ci-contre d'un polyèdre ABCDS, de sommet S, coupé par un plan de bout π.

b) Reproduis cette figure sur un papier duplicateur en l'agrandissant de quatre fois.

c) Trouve la section plane déterminée par le plan sécant dans le polyèdre.

d) Considère le polyèdre tronqué de la partie située en avant de la section plane comme un corps plein et opaque.



MM5.32 : GRANDES FORMULES DE LA TRIGONOMETRIE

A. Savoirs essentiels :

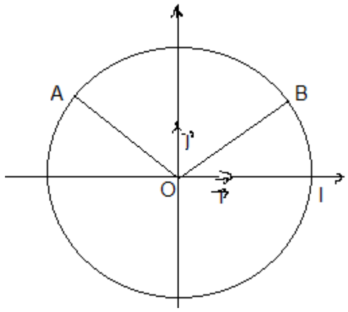
- Formules d'addition et de soustraction
- Formules de duplication et de division par 2
- Formules exprimant sin x, cos x, tg x en fonction de tg$\frac{x}{2}$
- Formules de Simpson

A. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel aux savoirs essentiels « Formules d'addition et de soustraction », « Formules de duplication et de division par 2 », « Formules exprimant sin x, cos x, tg x en fonction de tg $\frac{x}{2}$ », « Formules de Simpson ».

B. Exemple de situation

Partant du cercle trigonométrique ci-contre dans lequel l'angle IOA = a, l'angle IOB = b, l'enseignant de la 3ème année des humanités scientifiques demande à ses élèves de calculer cos (a – b), cos (a + b) et de déduire les autres nombres trigonométriques de (a + b) et (a – b).



C. Activités

Actions (de l'élève)	Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)
Établir	la formule $\cos(a - b) = \cos a . \cos b + \sin a . \sin b$
Déduire	de la relation de cos (a – b) les formules de $\cos(a + b)$, $\sin(a \pm b)$; $tg(a \pm b)$ et $cotg(a \pm b)$
Écrire	les formules de duplication partant des formules d'addition
Établir	les formules de division par 2 à partir des formules de multiplication par 2, pour avoir *sin a, cos a* en fonction de $\sin\frac{a}{2}$ et/ou de $\cos\frac{a}{2}$
Exprimer	*sin a* et *cos a* en fonction de $tg\,\frac{a}{2}$ en utilisant les formules de division par 2
Déduire	les formules de Simpson à partir des formules d'addition et de soustraction

Appliquer	les formules d'addition, de soustraction, de duplication, de division par 2 et de Simpson dans des situations

D. Évaluation

(1) Exemples d'items

1. Calculer sin (a + b + c) et cos (a + b - c) en fonction des nombres trigonométriques de a, b et c.
2. Calculer cos 2x et cos 4x, sachant que cos x = $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
3. Transformer en un produit :
   a) A = sin 5x + sin 3x b) B = cos 3x – cos 7x
4. Écrire sous forme d'une somme :
   a) C = cos 4x cos 2x b) D = sin 4x sin 10x

(2) Situation similaire à traiter

Démontrer que l'expression suivante est indépendante de *a* :

E = $\frac{2\sin 3a}{4\, sina \sin(60^{\circ}+a)\sin(60^{\circ}-a)}$

MM5.33 : ÉQUATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

A. Savoir essentiel :

Équations trigonométriques

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Équations trigonométriques ».

C. Exemple de situation :

KABANGU, élève de la $3^{ème}$ année des humanités scientifiques a lu dans un journal que « *t* jours après l'équinoxe de la saison sèche, la fonction qui à *t* fait correspondre la durée du jour, en minutes, à Kinshasa, en RD-Congo, est exprimée par la fonction L définie par $L(t) = 52\, sin \frac{2\pi}{365} t + 728$ ».

Aide cet élève à :

a) Déterminer la première valeur de *t* pour laquelle la durée du jour serait de 780 minutes, en s'assurant que ce nombre est arrondi à l'unité.
b) Représenter sur un cercle trigonométrique tous les points représentant la durée des jours, à $2k\pi$près.

D. Activités :

1. Équations trigonométriques du second degré

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une équation trigonométrique
Déterminer	le domaine de définition de la fonction trigonométrique associée à une équation trigonométrique
Transformer	les équations données en une équation dans laquelle n'intervient qu'une seule fonction trigonométrique.
Exprimer	tous les rapports en un seul en évitant d'introduire les
Factoriser	l'expression trigonométrique du membre non nul.
Résoudre	l'équation produit ainsi trouvée
Représenter	les solutions d'une équation trigonométrique sur un cercle
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

2. Équations trigonométriques et formules de transformation

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	les grandes formules de trigonométrie
Appliquer	les grandes formules de trigonométrie pour simplifier l'expression trigonométrique donnée.
Déduire	en définitive que la résolution d'une équation trigonométrique se ramène à celle d'une équation algébrique suivie d'une interprétation des solutions sur le cercle trigonométrique
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

3. Équations trigonométriques de la forme a cos x + b sin x + c = 0

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Écrire	l'équation sous la forme $rcosxcos\alpha + rsin\alpha sinx = c$ $avec\ \frac{b}{a} = tg\alpha\ et\ r = \frac{a}{cos\alpha}$
Réduire	l'équation sous la forme $\cos(x-\alpha) = \frac{c}{r}\ avec\ r = \frac{a}{cos\alpha} a = rcos\alpha, b = rsin\alpha\ et\ a^2 + b^2 = r^2$
Résoudre	l'équation $\cos(x-\alpha) = \frac{c}{r}$
Déduire	en définitive que la résolution d'une inéquation trigonométrique se ramène à celle d'une inéquation algébrique suivie d'une interprétation des solutions sur le cercle trigonométrique
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

4. Équations homogènes et équations symétriques en sin x et en cos x

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une équation trigonométrique homogène en *sinx* et en *cos x*
	la définition d'une équation symétrique homogène en *sinx* et en *cos x*
Exprimer	l'équation donnée en fonction de *tg x* ou *cotg x* en la divisant par $cos^n x$ ou $sin^n x$ pour *sin x ≠ 0* et *cos x ≠ 0*
Résoudre	l'équation ainsi trouvée
Appliquer	la démarche au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Résoudre les équations suivantes :

a) 2 cos x = 1 e) 4 $\cos^2$ x – 1 = 0

b) 2 cos 2x – 1 = 0 avec ($\frac{-8\pi}{3} \leq x < \frac{8\pi}{3}$) f) 4 cos x = 3sin x

c) $\begin{cases} 4\,tgx + tgy = 3 \\ 5tgx - 3tgy = 8 \end{cases}$ h) $cos^2x + 2cosxsinx - 3sin^2x = 0$

d) $2cos^2 2x + 7\cos 2x + 3 = 0$; i) $2cosx\,sinx + 2\cos x - sinx - 1 = 0$

(2) Situation similaire à traiter :

Une visite guidée à la Foire Internationale de Kinshasa a été organisée à l'intention des élèves de la 3ème année des humanités scientifiques. Un dépliant renseigne que si quelqu'un monte sur la grande roue, la fonction $H(t) = -10cos\frac{\pi}{150}t + 10$modélise la hauteur, en m, au-dessus du sol, où elle va se trouver *t* secondes après son départ.

L'enseignant qui les accompagne demande à ses élèves de :

a) Calculer le temps en secondes après lequel elle va se trouver pour la première fois à 16 m au-dessus du sol. *Arrondir à l'unité.*

b) Représenter sur un cercle trigonométrique tous les points représentant les positions possibles, à 2kπprès, que cet enfant peut occuper à 16 m au-dessus du sol.

MM5.34 : INÉQUATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

A. Savoir essentiel :

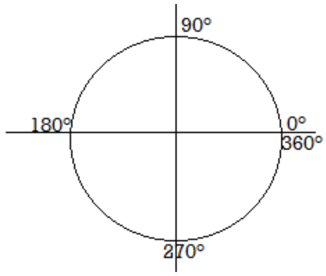
Inéquations trigonométriques

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève doit être capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel «Inéquations trigonométriques ».

C. Exemple de situation :

Pour faciliter la résolution des inéquations trigonométriques, l'enseignant MUSA donne dans un cercle trigonométrique les valeurs qui déterminent en degrés quelques angles associés sur le dessin ci-contre.



Il demande à ses élèves de :

a) Déterminer les angles remarquables compris entre 270° et 360°.
b) Résoudre l'inéquation $tgx < -\sqrt{3}$

D. Activités :

Actions *(de l'élève)*	Contenus *(sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	la définition d'une inéquation trigonométrique simple
Déterminer	les angles connaissant leur sinus, cosinus ou tangente
Résoudre	les inéquations trigonométriques simples dont la recherche de solution se ramène à celle d'une équation trigonométrique simple
Trouver	l'intervalle-solution qui satisfait à la condition imposée à l'inéquation
Appliquer	la démarche ci-dessus au traitement de la situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

Résoudre chacune des inéquations suivantes dans $[0,2\pi]$, puis dans

$[-\pi, \pi]$

a) cos x $\leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $cos\ x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) sin x $> \frac{1}{2}$; d) 3tg x - $\sqrt{3}$ ≥0

(2) Situation similaire à traiter :

Trouver les solutions comprises dans $[0{,}2\pi]$ de l'inéquation cos x $\geq \frac{1}{2}$.

MM5.35 : RESOLUTION DES TRIANGLES QUELCONQUES

A. Savoir essentiel :

Résolution des triangles quelconques.

B. Compétence :

Après avoir réalisé les activités proposées, l'élève sera capable de traiter avec succès et de manière acceptable des situations faisant appel au savoir essentiel « Résolution des triangles quelconques ».

C. Exemple de situation :

Les élèves de la 3ème année des humanités Électricité de l'Institut NGOSO 1 dans le territoire d'IDIOFA tiennent à retrouver les dimensions d'un support métallique à remplacer dans une machine.

La pièce a la forme d'un trapèze dont les bases mesurent en décimètres 5 et 2 et la hauteur $\sqrt{3}$. Les côtés non parallèles du support forment un angle de 60°.

L'enseignant de mathématiques de la 3ème HSC demande à ses élèves de calculer les mesures des côtés et des angles de la pièce.

D. Activités

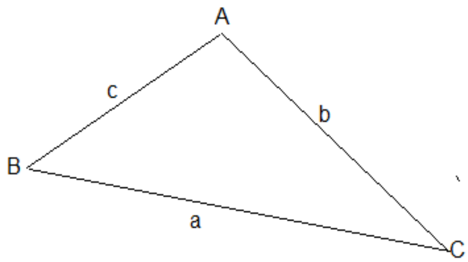
Actions (de l'élève)	*Contenus (sur lesquels portent les actions de l'élève)*
Restituer	les relations trigonométriques dans un triangle rectangle
	les relations entre les angles d'un triangle
	les relations entre les côtés d'un triangle
Établir	la formule de sinus dans un triangle quelconque
	la formule de cosinus dans un triangle quelconque
Déterminer	les amplitudes des angles d'un triangle quelconque
	les côtés d'un triangle quelconque
Appliquer	les formules ci-dessus à l'exemple de situation

E. Évaluation

(1) Exemples d'items :

1) Donner : - la relation des sinus dans un triangle quelconque
 - la relation des cosinus dans un triangle quelconque
2) Résoudre le triangle ABC ci-dessous pour les cas suivants :

a) a = 34; b = 25; $\hat{C}$ = 69°
b) a = 31; b = 33; c = 35
c) b = 6; c = 8; $\hat{B}$ = 36°



(2) Situation similaire à traiter :

Le jardin scolaire de l'Institut KAPIA dans le territoire d'Idiofa au KWILU a la forme d'un losange de 240 m de périmètre et dont la grande diagonale mesure 36 m.

L'enseignant de la 3ème année des humanités scientifiques demande à ses élèves de calculer les mesures des angles de ce jardin.

BIBLIOGRAPHIE

A. Documents généraux de référence

1) Allal, L. (1999). Acquisition et évaluation des compétences en situation scolaire*, Raison Éducative*, (2)1-2, 77- 93.
2) Antoun, Z. (2017). Analyse de situations-problèmes en algèbre, proposées dans un manuel du Québec*, Bulletin de l'association des mathématiciens du Québec*, (AMQ), (42)2, 68 – 70.
3) Astolfi, J.-P. (1993). Obstacles et construction de situation didactiques en sciences expérimentales, *Revue Aster*, (16), 104 – 141.
4) Bloom, B.S. (1973). Recent development in mastery learning. *Educational Psychologist*, (10), 204-221.
5) Braslavsky, C. (2001). *Tendances mondiales et développement des curricula*. Bruxelles : Conférence Association francophone d'éducation comparée (AFEC), Colloque international, 9 – 12 mai 2001.
6) Bureau international de l'éducation (BIE). (2013a). *L'apprentissage pour l'éducation et le développement post 2015.* Genève : BIE-UNESCO.
7) Bureau international de l'éducation (BIE). (2013b). *Outils de formation pour le développement du curriculum, banque de ressources*. Genève : BIE-UNESCO.
8) Depover et Jonnaert, (2014). *Quelle cohérence pour l'éducation en Afrique. Des politiques au curriculum. Hommage à Louis D'Hainaut.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
9) Depover, C. et Noël, B. (2005). *Le curriculum et ses logiques*. Paris : L'Harmattan.
10) Fabre, M. et Vellas, É. (2006). *Situations de formation et problématisation.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
11) Huberman, M. (dir.), (1998). Assurer la réussite des apprentissages? Les propositions de la pédagogie de la maîtrise. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
12) Institut de statistique de l'UNESCO (ISU), (2013). *Classification internationale type de l'éducation (CITÉ)*. Montréal : ISU – UNESCO.
13) Jonnaert, Ph. (2009). *Compétence et socioconstructivisme : un cadre théorique*. Bruxelles : De Boeck Supérieur, (2ème édition, 1ère édition 2002).
14) Jonnaert, Ph., Depover, C., Malu, R. (2020). *Curriculum et situations. Un cadre méthodologique pour le développement des programmes éducatifs.* Bruxelles : De Boeck Supérieur.
15) Mottier-Lopez, L. (2008). *Apprentissage situé. La micro culture de la classe.* Berne : Peter Lang.
16) Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.

17) Vergnaud, G. (1996). *La théorie des champs conceptuels*, in J., Brun, (dir.). Didactique des mathématiques, (p. 196 – 242). Paris : Seuil.
18) Von Glasersfeld, E. (2004). Questions et réponses au sujet du constructivisme radical, in Ph. Jonnaert et D., Masciotra (dir.). *Constructivisme, choix contemporains. Hommage à Ernst von Glasesrsfeld*, (p. 291 – 317). Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec (Qc).

B. Ouvrages et manuels consultés

1) Artigue, M. (1988), *Ingénierie didactique*, *Recherches en Didactique-des Mathématiques.*
2) Brousseau, G. (1986), *Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques*, n°7.2, Grenoble : la Pensée sauvage, p.66.
3) Cerquetti-Arberkane F.(1992),*Enseigner les mathématiques à l'école* Paris, Hachette.
4) Chevallard Y. , Johsua M.- A.(1991), *La transposition : du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La pensée sauvage.
5) Chevallard Y.(1985 – 1991) , *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*(2è éd.) , Grenoble , La Pensée sauvage.
6) Guidoni P.(1988), *Contrat didactique et connaissances , Interactions Didactiques* , Université de Neuchâtel.
7) Halte, J.F. (1998), *L'espace didactique et la transposition didactique*. Pratiques.
8) Jonnaert, Ph. et Laurin, S. (2001), *Les didactiques des Disciplines un débat contemporain*, Quebec, PUQ .
9) Jonnaert, Ph., Vander, B. Cécile (1999), *Créer les conditions d'apprentissage : un cadre de formation pour la formation didactique des enseignants*, Bruxelles, De Boeck-université .
10) Robert, A. (1988), *Une introduction à la didactique des mathématiques* (à l'usage des enseignants), Cahier de didactique de mathématiques, N°50, Université de Paris, IREM.
11) Sarrazi, B.(1995) , *Contrat didactique* , Revue Française et de Pédagogie ; n° Une introduction à 112 , Page 2 sur 23 .
12) Schubeaur – Leoni M. – L. , (1986) *Le Contrat didactique : un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés les élèves en Mathématiques* ; Journal Européen de psychologie de l'éducation , n° spécial , vol. , 1,2, p. 139 – 153.
13) Vergnaud, G. (1983), Rapport Carraz, *Recherches en éducation et socialisation de l'enfant* , Paris ,La Documentation française , pp. 85 – 86 .

C. Webographie

1) Arithmétique des polynômes. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwj744CK0abyAhXfQEEAHV59C6kQwqsBegQICBAB&url=https%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DdDKI3jkMjfw&usg=AOvVaw1jIvFRnDJHldoqJUkB0R1c Août 2021
2) Bureau International de l'Éducation (BIE), Chaire UNESCO de Développement curriculaire (CUDC), (2005) ;
3) Cédric Mathsciences35. Les statistiques à deux variables. https://www.youtube.com/watch?v=tLqOAxDoYKk (consulté en 2019)
4) cours de logique mathématique. https://www.youtube.com/watch?v=1CiPv8ENBZ0 (consulté en 2019)
5) Cours de M.RUMIN réécrit par J.KULCSAR. Chapitre VIII Calcul matriciel. https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/~rumin/enseignement/S2PMCP/8-Calcul%20matriciel.pdf (consulté en 2019)
6) Géométrie analytique dans l 'espace, exercices avec corrigés Guide pour l'élaboration d'un programme éducatif dans la perspective de développement de compétences par les apprenantes et les apprenants, UNESCO, Genève Site : http://www.cudc.uqam.ca https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/index.html (consulté en 2019)
7) KIFFELESMATHS : L'école de maths en ligne. Limites d'une fonction. Asymptotes horizontales et verticales. Lecture graphique. https://www.youtube.com/watch?v=HHXV-wS5Oz4 (consulté en 2019)
8) Maths PlusUn. 1. Logique mathématique (Bac+1). https://www.youtube.com/watch?v=nC17mUSyFLU (consulté en 2019)
9) Monka Y. Dériver une fonction (1) – Première. https://www.youtube.com/watch?v=ehHoLK98Ht0 (consulté en 2019)
10) Pierron Théo, ENS Ker Lann. Anneaux et arithmétique. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjClM_XzqbyAhURoVwKHehlCpAQFnoECAwQAQ&url=http%3A%2F%2Fperso.eleves.ens-rennes.fr%2F~tpier758%2Fcours%2Fanar.pdf&usg=AOvVaw0GhE4bkcNfn8fErxI0A0On. (consulté en 2019)
11) Série statistique à deux variables. https://www.univ-montp3.fr/miap/ens/site/uploads/Main.M2PrepaCapes/stats%20ajustement.pdf (consulté en 2019)
12) Theys, L. et Mary, C. (2013). Les décalages entre l'activité potentielle et celle attendue par l'enseignant qui soumet un problème à ses élèves : quels effets possibles sur l'apprentissage? http://dx.doi.org/10.1080/14926156.2013.816390 (consulté en 2019)